

Klausur zur Mathematik III
(Modul: Analysis III)

04. März 2025

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträgern gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Stg:

AIW	BU	CBI BV	ET	EUT GT	IN IIW	LUM WLUM	MB	MTB MEC	SB	VT	
-----	----	-----------	----	-----------	-----------	-------------	----	------------	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

--

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\Sigma =$

Aufgabe 1: (7 Punkte)

Bestimmen Sie und klassifizieren Sie alle lokalen Extrema von $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x, y) = 8x - \frac{9}{2}y$$

unter der Nebenbedingung

$$g(x, y) = 16x^2 + 9y^2 - 25 = 0$$

mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatoren-Regel. Überprüfen Sie zunächst die Regularitätsbedingung.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Gegeben sei der halbe Kreisring

$$D := \{(x, y)^T \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$$

mit der Massendichte $\rho(x, y) = 3 - y$.

Berechnen Sie die Masse m von D .

Aufgabe 3: (5 Punkte)

a) Zeigen Sie, dass die Funktion $g : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$g(x, y, z) = \left(x + \frac{1}{2}yz, -y + z, -y \right)$$

kein Potential besitzt.

b) Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_c g(x, y, z) d(x, y, z)$$

entlang der Kurve

$$c(t) = \begin{pmatrix} t \\ \sin\left(\frac{t}{2}\right) \\ \cos\left(\frac{t}{2}\right) \end{pmatrix} \quad c : [0, \pi] \rightarrow \mathbb{R}^3.$$

Aufgabe 4: (1+3 Punkte)

Gegeben sei das Vektorfeld

$$\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, \mathbf{f}(x, y) = \begin{pmatrix} xy + \tan(e^{-x^2}) \\ x^2 - \cos(e^{-y^2}) \end{pmatrix}.$$

- a) Berechnen Sie die Rotation $\mathbf{rot} \mathbf{f}(x, y)$.
- b) ∂D bezeichne den mathematisch positiv orientierten Rand des Dreiecks

$$D := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2 - x \right\}.$$

Berechnen Sie das Integral $\int_{\partial D} \mathbf{f}(x, y) d(x, y)$.

