

Klausur zur Mathematik III
(Modul: Analysis III)

27. August 2025

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträgern gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Stg:

AIW	BU	CBI BV	ET	EUT GT	IN IIW	LUM WLUM	MB	MTB MEC	SB	VT	
-----	----	-----------	----	-----------	-----------	-------------	----	------------	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		

$\Sigma =$

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Bestimmen und klassifizieren Sie das lokale Extremum der Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$\mathbf{f}(x, y) := x^2 - 4xy + 36y^2 - 10x - 12y.$$

Aufgabe 2: (3+3 Punkte)

- a) Bestimmen Sie ein Potential für die Funktion
- $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$\mathbf{f}(x, y, z) = (2xy^2, z + 2yx^2, y)^T.$$

- b) Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{f}(x, y, z) d(x, y, z)$$

entlang der Kurve

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} t + 1 \\ t^2 + 2 \\ t^3 \end{pmatrix} \quad \mathbf{c} : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^3.$$

Aufgabe 3: (5+1+3+1 Punkte)

Gegeben sei die halbe Kugel $K := \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 25, z \geq 0 \right\}$

und das Vektorfeld $\mathbf{f}(x, y, z) = \begin{pmatrix} z^2 + x^2 \\ x^2 + y \\ 2z + 1 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie das Integral $\int_K \operatorname{div} \mathbf{f}(x, y, z) d(x, y, z)$.

Hinweis: Je nach dem in welcher Reihenfolge der Variablen Sie integrieren, könnte folgendes nützlich sein:

$$2 \cos^2(\alpha) = \cos(2\alpha) + 1.$$

b) Der Körper K wird berandet durch ein ebenes Flächenstück B und ein nicht ebenes Flächenstück M . Geben Sie eine Parametrisierung für das ebene Flächenstück B an.

c) Berechnen Sie den Fluss von \mathbf{f} durch das ebene Flächenstück B .

d) Wie groß ist nach den Teilen a) und c) der Fluss von \mathbf{f} durch das nicht ebene Flächenstück M .

