

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Präsenzblatt 7

#### Aufgabe 1:

Gegeben sei das Vektorfeld  $\mathbf{f} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit

$$\mathbf{f}(x, y, z) = \left( \sin y + 3x^2z^2, x \cos y + \frac{1}{1+y^2}, 1 + 2x^3z \right)^T.$$

- Man weise die Existenz eines Potentials zu  $\mathbf{f}$  nach, ohne es zu berechnen.
- Man berechne ein Potential durch sukzessives Integrieren von  $\mathbf{f}$  und
- mit Hilfe des Hauptsatzes für Kurvenintegrale.
- Gegeben sei die Kurve  $\mathbf{c} : [0, 3\pi/2] \rightarrow \mathbb{R}^3$  mit  $\mathbf{c}(t) = (\cos t, 0, \sin t)^T$ . Man berechne das Kurvenintegral

$$\int_{\mathbf{c}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

- Man zeichne die Kurve  $\mathbf{c}$  unter Verwendung der MATLAB-Routine 'plot3'.

#### Aufgabe 2:

Gegeben seien das Vektorfeld  $\mathbf{f}(x, y, z) = (0, 0, z^3)^T$  und der Körper

$$H = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 16, 0 \leq y\}.$$

- Man skizziere  $H$ .
- Für die  $H$  berandenden Flächenstücke gebe man jeweils Parametrisierungen an.
- Man berechne jeweils den Fluss von  $\mathbf{f}$  durch diese Randflächenstücke.
- Man berechne das Volumenintegral  $\int_H \operatorname{div} \mathbf{f}(x, y, z) d(x, y, z)$ .