Fachbereich Mathematik
Prof. Dr. J. Struckmeier

WiSe 2023/24

Klausur zu Mathematik III
(Modul: Analysis III)

4. März 2024

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:																
Vorname:																
Matr.Nr.:																

Stg.:	AIW	BU	BV	CI CS	ET	EUT	GES	IN IIW	LUM	MB	MTB MEC	SB	VT	

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufgabe	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		
5		

$\sum =$

Aufgabe 1: (2+2 Punkte)

Gegeben sei die Funktion f mit

$$f(x,y) = x^2 - \cos(y)e^{x-1}.$$

a) Man berechne für die Funktion f

   (i) den Gradienten und

   (ii) die Hessematrix.

b) Man bestimme das Taylor-Polynom 2. Grades für die Funktion f im Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (1, 0)$.

Aufgabe 2: (1+3+1 Punkte)

Es sollen die Extremwerte der Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x,y) = x^2 + y^2$$

unter der Nebenbedingung $g(x,y) = 9x^2 + 4y^2 - 36 = 0$ mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatorenregel berechnet werden.

a) Man überprüfe die Regularitätsbedingung für g.

b) Man berechne die Extremalkandidaten unter Verwendung der Lagrangeschen Multiplikatorenregel und

c) klassifiziere sie.

Aufgabe 3: (3 Punkte)

Man berechne für das Vektorfeld

$$\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{f}(x,y) = \begin{pmatrix} -xy \\ y^2 \end{pmatrix}$$

das Kurvenintegral $\displaystyle\int_{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x})d\boldsymbol{x}$. Dabei durchläuft die Kurve $\boldsymbol{c}$ den linken Halbkreis

$$H := \left\{(x,y)^T \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 9,\ x \leq 0\right\}$$

in mathematisch positiver Richtung.

Aufgabe 4: (1+3 Punkte)

Gegeben sei das Vektorfeld $\boldsymbol{f} : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ mit

$$\boldsymbol{f}(x,y,z) = \begin{pmatrix} e^z \\ 4z - 2\sin(y) \\ xe^z + 4y + 1 \end{pmatrix}.$$

a) Man weise die Existenz eines Potentials zu $\boldsymbol{f}$ nach, ohne es zu berechnen.

b) Man berechne ein Potential von $\boldsymbol{f}$.

Aufgabe 5: (2+2 Punkte)

a) Man skizziere den durch $0 \leq y$, $0 \leq z$ und $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ eingeschlossenen Bereich K und stelle ihn durch Kugelkoordinaten dar.

b) Man berechne die Masse von K mit der Dichtefunktion $\rho = 8z + 3$ unter Verwendung von Kugelkoordinaten.