

Klausur zu Mathematik III
(Modul: Analysis III)

5. September 2023

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.Nr.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Stg.:

AIW	BU	BV	CI CS	ET	EUT	GES	IN IIW	LUM	MB	MTB MEC	SB	VT	
-----	----	----	----------	----	-----	-----	-----------	-----	----	------------	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufgabe	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\Sigma =$

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Man berechne alle stationären Punkte der folgenden Funktion und klassifiziere sie

$$f(x, y) = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + \frac{y^2}{2} + 2y.$$

Aufgabe 2: (1+1+3 Punkte)

Durch die Niveaumenge

$$f(x, y) := x^2 - 6x + 4y^2 + 5 = 0$$

ist implizit eine Kurve gegeben.

- a) Man gebe die Symmetrien der Kurve an.
- b) Man bestimme den Gradienten von f .
- c) Man berechne die Kurvenpunkte mit horizontaler und vertikaler Tangente.

Aufgabe 3: (2+2 Punkte)

- a) Man skizziere den durch $1 \leq z \leq 2$ und $x^2 + y^2 \leq 9$ beschriebenen Bereich Z und stelle ihn durch Zylinderkoordinaten dar.
- b) Mit der Dichte $\rho(x, y, z) = z^2$ berechne man für Z das Trägheitsmoment bezüglich der z -Achse unter Verwendung von Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 4: (1+2+3+1 Punkte)

Gegeben seien das Vektorfeld $\mathbf{f}(x, y, z) = (0, yz, 0)^T$ und der Körper

$$K = \{(x, y, z)^T \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \leq 0\}.$$

- a) Man skizziere K .
- b) Für die K berandenden Flächenstücke gebe man jeweils Parametrisierungen an.
- c) Man berechne jeweils den Fluss von \mathbf{f} durch diese Randflächenstücke.

Hinweis: Es gilt $\int \sin^2(\varphi) d\varphi = \frac{1}{2}(\varphi - \sin(\varphi) \cos(\varphi))$.

- d) Man berechne das Volumenintegral $\int_K \operatorname{div} \mathbf{f}(x, y, z) d(x, y, z)$.

