

Klausurberatung Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Das ins Netz gestellte Material zur Klausurberatung soll nur die Mitarbeit während der Veranstaltung erleichtern. Ohne die in der Veranstaltung gegebenen zusätzlichen Erläuterungen sind diese Unterlagen unvollständig.

Tipp- oder Schreibfehler, die rechtzeitig auffallen, werden nur mündlich während der Veranstaltung angesagt. Eine Korrektur im Netz erfolgt NICHT!

Die Aufzählung wichtiger Themen bedeutet NICHT den Ausschluss anderer Themen für die Klausur.

Eine Veröffentlichung dieser Unterlagen an anderer Stelle ist untersagt!

Absolut notwendige Werkzeuge:

- Sicheres partielles ableiten,
- $\nabla f = \text{grad } f^T =$ Vektor der ersten Ableitungen,
- $\nabla^2 f = H f =$ Matrix der zweiten Ableitungen,
- Verlauf und Ableitung elementarer Funktionen
- Eigenwerte berechnen, bzw. deren Vorzeichen,
- **rot** f , **div** f , Rotation, Divergenz,
- Skalarprodukt, Kreuzprodukt, Jacobi-Matrix
- Einfache Integration, sehr einfache Substitutionen ($\cos(k\phi)$ etc.), partielle Integration.

Top Themen der letzten Klausuren

(In der Reihenfolge der Bearbeitung im Semester)

- **Taylorpolynom mit Fehlerabschätzung**

Passende Aufgaben: Blätter 4: P1, H1, H2

- **Min/Max ohne Nebenbedingung**

- Kandidaten: $\text{grad } f = 0$

- Klassifikation: Eigenwerte Hessematrix Hf

Passende Aufgaben: Blätter 4: P1, P2, H1

- **Satz über implizite Funktionen, implizit def. Kurven**

Auflösbarkeit prüfen,

Taylor-Polynom ersten grades von $y = g(x)$ bzw. $x = g(y)$.

Passende Aufgabe: Blatt 4: H2, Blatt 5: H1.

- **Min/Max mit Nebenbedingung**

- Zulässigkeit, Regularitätsbedingung
- Lagrangefunktion F aufstellen
- Stationäre Punkte: $\text{grad } F = 0$
- Hessematrix $H F$ berechnen
- Definitheit der Hessematrix prüfen.
- Eventuell Tangentialraum berechnen, Definitheit der Hessematrix darauf testen.

Passende Aufgaben: Blätter 5: P1, P2, H2

- **Bereichsintegrale**

- direkt berechnen
- Transformationssatz (Polar-, Zylinder-, Kugelkoordinaten)
- Volumen, Masse, Trägheitsmoment, Fluss (Gauß)

Passende Aufgaben: Blätter 7: P2, H2, Blätter 6: komplett, Blätter 5: H3

- **Kurvenintegrale**

- Rotation berechnen
- Potential berechnen \longrightarrow Kurvenintegral über Potential (Hauptsatz)
- Kurvenintegral direkt berechnen
- Sätze von Green (Gauß in der Ebene)

Passende Aufgaben: Blätter 7: Aufgaben P1, H1

- **Oberflächenintegrale**

- Parametrisierung
- Fluss, Satz von Gauß

Passende Aufgaben: Blätter 7: P2, H2

- **Blatt 1:**

P1: Mengen im \mathbb{R}^2 , \mathbb{R}^3 , Begriffe: beschränkt, abgeschlossen, konvex etc.

P2: Höhenlinien skizzieren

Keine Hausaufgaben

- **Blätter 2:**

P1a: Gradienten berechnen

P1 b-c: Höhenlinien und Gradientenrichtung skizzieren,

P1 d: Vermutung Höhenlinie senkrecht auf Gradient.

P2a: Ableitungen bis Ordnung 3 berechnen,

P2b: grad und Hesse matrix berechnen, Tangentialebene.

H1: Ableitungen bis Ordnung 3 berechnen, ∇ -Operator.

H2: Zeige gegebene Funktion löst Wellengleichung etc.

- **Blätter 3:**

- P1: Jacobi-Matrizen und deren Determinanten berechnen.
- P2: Taylor 2. Grades, \mathbb{R}^3 , $\boldsymbol{x}_0 \neq \mathbf{0}$ ohne Fehlerabschätzung
- H1: Niveau-Flächen, Richtungsableitungen, An- /Abstiegsrichtung
- H2: Berechnung von Rotation (Wirbeldichte, **rot**, **curl**),
Berechnung von Divergenz (Quelldichte, **div**),
Skizze von Stromlinien

- Blätter 4:

- P1a: Taylor 2. Grades, \mathbb{R}^2 über Sinus-Reihe und Minimum T_2 ,
P1b: Fehlerabschätzung in einem Punkt,
P1c: Fehlerabschätzung auf Rechteck + Aussage über Min f .
- P2: Stationäre Punkte ohne Nebenbedingung,
Min/Max/Sattel klassifizieren
- H1a-b: Taylorpolynom T_2 mit Fehlerabschätzung,
H1c: stationärer Punkt von T_2 mit Klassifikation.
- H2a: Satz über implizite Funktionen im \mathbb{R}^2 mit T_1 Berechnung,
H2b: Satz über implizite Funktionen im \mathbb{R}^3 .

- **Blätter 5:**

- P1: Min/Max unter Nebenbedingung im \mathbb{R}^2 ,
Kandidaten unbekannt,
Klassifikation über Kompaktheit oder global definite Hesse-Matrix
- P2: Min/Max unter Nebenbedingung im \mathbb{R}^3 .
Kandidat gegeben
Hesse global definit
- H1: Kurve im \mathbb{R}^2 . Singuläre Punkte + Klassifikation,
Punkte mit horizontaler/vertikaler Tangente.
- H2: Min/Max unter Nebenbedingung im \mathbb{R}^2 ,
Kandidat gegeben,
Hesse auf Tangentialraum prüfen.
- H3: Bereichsintegrale ohne Trafo.

- **Blatt 6:**

- P1: Bereichsintegral, a) kartesisch, b) Polarkoordinaten.
- P2: Bereichsintegral, Zylinderkoordinaten, Masse, Trägheitsmoment.
- H1a: Bereichsintegral, kartesisch, Schwerpunkt
- H1b: Bereichsintegral, Kugelkoordinaten
- H2: Bereichsintegral, elliptische Zylinderkoordinaten, Volumen, Masse, Trägheitsmoment.

- **Blatt 7:**

- P1a: Potential berechnen, Kurvenintegrale berechnen, Fluss (Green/Gauß in der Ebene)
- P1b: Kurvenintegral direkt berechnen, Satz von Green
- P2: Bereichsintegral, Oberflächenintegral, Gauß, Kugelkoordinaten.
- H1: Rotation, Potential, Kurvenintegral direkt und über Potential berechnen.
- H2: Bereichsintegral, Oberflächenintegral, Gauß, Zylinderkoordinaten