Fachbereich Mathematik **WiSe 2020/2021**
Prof. Dr. J. Struckmeier

Klausur zur Mathematik III
(Modul: Analysis III, Version B)

29. März 2021

Bitte kennzeichnen Sie jedes Blatt mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträgern gespeichert.

Name:																
Vorname:																
Matr.-Nr.:																

Stg:	AIW	BU	BV	CI CS	ET	EUT	GES	IN IIW	LUM	MB	MTB MEC	SB	VT	

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

(Unterschrift)

Aufg.	**Punkte**	**Korrekteur**
1		
2		
3		
4		

$\sum =$

Aufgabe 1) (3 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) := 2y^2 + x \cdot \cos(y) + \sin(x-y)\,.$$

Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades T_2 von f zum Entwicklungspunkt $(x_0, y_0) = (0,0)$.

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x,y) = 2xy + xy^5\,.$$

a) Berechnen Sie den Gradienten und die Hessematrix von f.

b) Berechnen Sie alle stationären Punkte von f und klassifizieren Sie diese, stellen Sie also fest, ob es sich um Minima, Maxima oder Sattelpunkte handelt.

Aufgabe 3: (6 Punkte)

Bestimmen Sie das globale Minimum und das globale Maximum von

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \qquad f(x,y) = x - 2y + 4$$

unter der Nebenbedingung

$$g(x,y) = x^2 + 4y^2 - 2 = 0\,.$$

Verwenden Sie die Lagrangesche Multiplikatorenmethode und prüfen Sie zunächst die Regularitätsbedingung.

Aufgabe 4: (7 Punkte) Gegeben seien die Vektorfelder $\boldsymbol{f}\,,\ \boldsymbol{g}\ : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$,

$$\boldsymbol{f}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8xy^3 \\ 2x^2y^2 \end{pmatrix} \qquad \text{und} \qquad \boldsymbol{g}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8xy^2 + 4x^3 \\ 8x^2y + 1 \end{pmatrix}$$

sowie die Kurve

$$\boldsymbol{c}\ :\ [0,1] \to \mathbb{R}^2, \quad \boldsymbol{c}\,(t) = \begin{pmatrix} t \\ t^2 \end{pmatrix}.$$

a) Prüfen Sie, welche(s) der Vektorfelder ein Potential besitzt.

b) Berechnen Sie Potentiale zu $\boldsymbol{f}$ und/oder $\boldsymbol{g}$, falls dies möglich ist.

c) Berechnen Sie die Kurvenintegrale

$$\int_{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{f}\,d\boldsymbol{x}\,, \qquad \text{und} \qquad \int_{\boldsymbol{c}} \boldsymbol{g}\,d\boldsymbol{x}\,.$$

Viel Erfolg!