

## **Klausurberatung Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften**

### **Video, Notizen und Beispiele nach der letzten Vorlesung. Voraussichtlich in der ersten Februarwoche!**

Die Nutzung der Videoaufzeichnung ist eine Serviceleistung seitens der TUHH bzw. der dozierenden Person. Aus der Nutzung bzw. Nichtnutzung können gegenüber der TUHH bzw. der dozierenden Person keine Ansprüche hergeleitet werden.

Ohne die vorherige schriftliche Zustimmung der dozierenden Person dürfen die Präsentation noch der darin zur Verfügung gestellte Inhalt (insbesondere auch grafische Abbildungen, Audio- und Videosequenzen, HTML-Codes, Buttons und Text) kopiert, nachgedruckt, veröffentlicht, versandt, übertragen oder in irgendeiner Weise verbreitet oder vertrieben werden. Ausdrücklich zugelassen ist jedoch die Herstellung einer einzelnen Kopie zur ausschließlichen persönlichen, nicht kommerziellen Verwendung, jedoch nur unter der Voraussetzung, dass Inhalt hierdurch nicht verändert werden und alle Hinweise auf Urheberrechte, Patente, Warenzeichen und sonstigen Schutzrechten auch auf den hergestellten Kopien enthalten sind oder ein entsprechender Hinweis dort

Es wird keine Haftung übernommen: - für den Inhalt, insbesondere für die Richtigkeit, Vollständigkeit und Aktualität der Informationen - dafür, dass die Nutzung jederzeit ohne Unterbrechung ermöglicht wird. - für Schäden, die durch unrichtige, unvollständige, unterbliebene oder zeitlich verzögerte Abruf der Aufzeichnung entstanden sind - für direkte oder indirekte Schäden, die in Zusammenhang mit der Nutzung bzw. Nichtnutzung der Videoaufzeichnungen stehen (könnten).

Die TUHH bzw. die dozierende Person behält sich das Recht vor, Teile des Angebots oder das gesamte Angebot ohne gesonderte Ankündigung zu verändern, zu ergänzen, zu löschen oder die Veröffentlichung zeitweise oder endgültig einzustellen.

# Absolut notwendige Werkzeuge:

- Sicheres partielles ableiten,
- $\nabla f = (\text{grad } f)^T =$  Vektor der ersten Ableitungen,
- $\nabla^2 f = Hf =$  Matrix der zweiten Ableitungen,
- **rot**  $f$ , **div**  $f$ , Rotation, Divergenz,
- Eigenwerte berechnen, bzw. deren Vorzeichen,
- Skalarprodukt, Kreuzprodukt,
- einfache Integration: Substitution, partielle Integration.

# Top Themen der letzten Klausuren

- **Min/Max mit Nebenbedingung**
  - Zulässigkeit, Regularitätsbedingung
  - Lagrangefunktion  $F$  aufstellen
  - Stationäre Punkte:  $\text{grad } F = 0$
  - Globale Extrema auf Kompaktum: Funktionswerte vergleichen
    - Hessematrix  $H F$  berechnen
    - Definitheit der Hessematrix prüfen.
    - Eventuell Tangentialraum berechnen, Definitheit der Hessematrix darauf testen.

Passende Aufgaben: Blatt 4, H2, P1

- **Taylorpolynom mit Fehlerabschätzung**

Passende Aufgaben: Blatt 3, H1, P1 (Kombi), Blatt 2, P2

- **Min/Max ohne Nebenbedingung**

- Kandidaten:  $\text{grad } f = \mathbf{0}$
- Klassifikation: Eigenwerte Hessematrix  $Hf$

Passende Aufgaben: Blatt 3, H2, P1 (Kombi), Blatt 4, P1 (Kombi)

- **Kurvenintegrale**

- Rotation berechnen
- Potential berechnen  $\longrightarrow$  Kurvenintegral über Potential (Hauptsatz)
- Kurvenintegral direkt berechnen

Passende Aufgaben: Blatt 5, P1. P2

- **Bereichsintegrale**

- direkt berechnen
- Transformationssatz (Polar-, Zylinder-, Kugelkoordinaten)
- Volumen, Masse, Schwerpunkt, Trägheitsmoment, Steinersche Satz

Passende Aufgaben: Blatt 4, P2, Blatt 5, H1, H2

- **Oberflächenintegrale:** fielen der verkürzten Vorlesungszeit zum Opfer!

Stichworte zum erkennen in alten Klausuren:

Parametrisierung angeben

Fluss berechnen

Satz von Gauß

Satz von Stokes

- **Blatt 1:**

- Aufgabe B1-P1: Gradienten, Höhenlinien, Zeichnen
- Aufgabe B1-P2: Wärmeleitungsgleichung, Üben mit partiellen Ableitungen
- Aufgabe B1-H1: Gradienten berechnen
- Aufgabe B1-H2: Elektrischer Leiter,  $\nabla$ , div, Quell-/Wirbeldichte

- **Blatt 2:**

- Aufgabe B2-P1: Jacobi-Matrizen und deren Determinanten
- Aufgabe B2-P2: Taylor 2. Grades,  $\mathbb{R}^2$  mit Fehlerabschätzung
- Aufgabe B2-H1: Niveaufläche, Richtungsableitung, Aufstiegs-/Abstiegsrichtung
- Aufgabe B2-2H: Rotation und Divergenz, Kombis von Differentialoperatoren, wirbelfrei, quellenfrei

- **Blatt 3:**

- Aufgabe B3-P1: Taylor 2. Grades,  $\mathbb{R}^2$  über Reihen von  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\exp$ , Exakte Wiedergabe polynomialer Terme, Fehlerabschätzung, Minimum von  $T_2$  ohne Nebenbedingungen, Eingrenzung von Min von  $f$ .
- Aufgabe B3-P2: Satz über implizite Funktionen, Tangente (Taylorpolynom 1. Grades) an Kurve
- Aufgabe B3-H1: Taylor 2. Grades,  $\mathbb{R}^3$ , Standardansatz und Fehlerabschätzung
- Aufgabe B3-H2: Min/Max ohne Nebenbedingung, Stationäre Punkte berechnen und klassifizieren



- **Blatt 4:**

- Aufgabe B4-P1: Min/Max von  $f(x, y)$  unter Nebenbedingung  $g(x, y) \leq 0$ . Zerlegt in  $g(x, y) < 0$  und  $g(x, y) = 0$ .
  
- Aufgabe B4-P2: Einfache Bereichsintegrale/ Normalbereiche
  
- Aufgabe B4-H1: Kurve implizit gegeben:  $g(x, y) = 0$ . Symmetrien, singuläre Punkte, vertikale und horizontale Tangenten.
  
- Aufgabe B4-H2: Min/Max von  $f(x, y, z)$  unter zwei Nebenbedingung  $g(x, y, z) = 0$  und  $h(x, y, z) = 0$ .

- **Blatt 5:**

- Aufgabe B5-P1-a: Arbeitsintegral direkt berechnen.
- Aufgabe B5-P1-b: Gibt es Potentiale? Wenn ja: Berechnen, Kurvenintegrale über Potential und direkt.
- Aufgabe B5-P2-a:  $\oint \dots \neq 0$  obwohl Rotation = 0
- Aufgabe B5-P2-b: Gibt es Potentiale? Wenn ja: Berechnen.
- Aufgabe B5-P2-c: Kurvenintegrale (Arbeit) über Potential berechnen.

Blatt 5H: Bereichsintegrale über Transformationssatz