

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 2, Präsenzaufgaben

### Aufgabe 1:

Gegeben sind die Abbildungen  $f, g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ .

$$f(x, y) := 3x - 5y, \quad g(x, y) := \frac{1}{5}(x^2 + y^2) + 1.$$

- a) Berechnen Sie die Gradienten von  $f$  und  $g$ .
- b) Zeichnen Sie für  $f$  die Höhenlinien  $f^{-1}(C) := \{(x, y)^T : f(x, y) = C\}$  zu den Funktionswerten  $C_1 = 5$ ,  $C_2 = 0$  und  $C_3 = -10$ .  
Heften Sie in den Punkten  $P_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $P_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix}$  und  $P_3 = \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \end{pmatrix}$  jeweils die Richtung des Gradienten an.
- c) Zeichnen Sie für  $g$  die Höhenlinien  $g^{-1}(C) := \{(x, y)^T : g(x, y) = C\}$  zu den Funktionswerten  $C_4 = \frac{6}{5}$ ,  $C_5 = \frac{21}{5}$  und  $C_6 = 6$ .  
Heften Sie in den Punkten  $P_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $P_5 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$  und  $P_6 = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$  jeweils die Richtung des Gradienten an.
- d) Versuchen Sie anhand Ihrer Beobachtungen (d.h. ohne Beweis) eine Vermutung zu äußern, wie die Richtung des Gradienten in einem festen Punkt mit der Richtung der Höhenlinie durch diesen Punkt zusammenhängt.

**Aufgabe 2:** Bestimmen Sie die Gradienten folgender Funktionen in ihrem jeweiligen Definitionsbereichen:

$$h(x, y) = (3x - 5y)^4$$

$$g(x, y, z) = \frac{\sin(xyz)}{x^2}$$

$$f(x, y) = \frac{y}{x} e^{-(x^2 + y^2)}$$

$$l(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

**Bearbeitungstermine:** 05.–09.11.18