

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 2, Präsenzaufgaben

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie die Gradienten folgender Funktionen:

$$f(x, y) = \frac{y}{x} e^{-(x^2+y^2)}$$

$$h(x, y) = (3x - 5y)^4$$

$$g(x, y, z) = \frac{\sin(xyz)}{x^2}$$

$$l(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

**Aufgabe 2:**

Gegeben ist die Funktion

$$u : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}, \quad u(x, t) := \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4t}\right).$$

- a) Berechnen Sie den Gradienten und die Hesse-Matrix der Funktion  $u$ .
- b) Zeigen Sie, dass die Funktion  $u$  die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung  $u_t = u_{xx}$  löst. Skizzieren Sie die Lösung für mindestens vier verschiedene  $t$ -Werte.
- c) Seien  $w(x, t)$  und  $v(x, t)$  Lösungen der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung. Zeigen Sie, dass dann

$$u(x, y, t) := w(x, t) \cdot v(y, t)$$

die zweidimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$u_t = u_{xx} + u_{yy}$$

löst.

- d) Geben Sie eine nichttriviale (d.h. nicht überall verschwindende) Lösung der zweidimensionalen Wärmeleitungsgleichung an.

**Bearbeitungstermine:** 07.11.-11.11.2016