

## Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 2

#### Aufgabe 5:

Man berechne Divergenz und Rotation für folgende Vektorfelder mit  $x, y, z \in \mathbb{R}$

- a)  $\mathbf{f}(x, y) = (\sin x \cos y, (x + y)^2)^T$ ,
- b)  $\mathbf{g}(x, y) = (\sin y \cos x, -2xy)^T$ ,
- c)  $\mathbf{f}(x, y) + \mathbf{g}(x, y)$ ,
- d)  $\mathbf{h}(x, y, z) = (e^{x+y+z}, e^{x+y+z}, e^{x+y+z})^T$ ,
- e)  $\mathbf{u}(x, y, z) = (yz, xz, xy)^T$ ,
- f)  $2\mathbf{h}(x, y, z) - \mathbf{u}(x, y, z)$ .

#### Aufgabe 6:

Gegeben sei das Vektorfeld

$$\mathbf{g}(x, y) = (u(x, y), v(x, y))^T = (1, 3x^2)^T.$$

- a) Man berechne  $\operatorname{div} \mathbf{g}$  und  $\operatorname{rot} \mathbf{g}$  und
- b) zeichne das Vektorfeld und einige Stromlinien im Bereich  $[-1, 1] \times [-1, 1]$ .

**Aufgabe 7:**

a) Man berechne die Jacobi-Matrizen der folgenden Funktionen mit den Abbildungsvorschriften

(i)  $f(x, y, z) = \sqrt{z} \sin(x + y) + e^{y+z}$  und  $x, y \in \mathbb{R}$ ,  $z \in \mathbb{R}^+$ ,

(ii)  $\mathbf{g}(t) = (\cos t, \sin t)^T$  und  $t \in \mathbb{R}$ ,

(iii)  $\mathbf{h}(x, y) = (x + y^2, 3x^2 + 4y)^T$  und  $x, y \in \mathbb{R}$ ,

(iv)  $\mathbf{u}(t, x, y, z) = (x - e^{y-t}, 3z - xt^2, t + 5x + y^2 + 4z)^T$  und  $t, x, y, z \in \mathbb{R}$ .

b) Gegeben sei die Funktion

$$f(x, y, z) = xz - y^2$$

mit  $x, y, z \in \mathbb{R}$ . Man bestimme für  $(x_0, y_0, z_0) = (3, -1, 2)$  den Funktionswert von  $f$ , berechne eine Funktionswertnäherung  $T_1$  für  $f(3.1, -1.2, 1.9)$  unter Verwendung des vollständigen Differentials und vergleiche diese mit  $f(3.1, -1.2, 1.9)$ .

**Aufgabe 8:**

Man berechne für die Funktion  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x, y) = xy$  im Punkt  $(x_0, y_0)$  die Ableitung in Richtung  $\mathbf{h} = (h_1, h_2)^T$ . Welchen Anstieg besitzt die Funktion im Punkt  $(x_0, y_0) = (1, -1)$  in den durch die Gerade  $3y - 5x = 7$  gegebenen Richtungen.

**Abgabetermin:** 2.11. - 6.11.2015 (zu Beginn der Übung)