

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 3, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: (Klausur WiSe 2010/11, Prof. Oberle) Gegeben ist die Funktion

$$f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y) = \cos(2x - 3y) + x^3 - y^3 + 2y^2.$$

- a) Berechnen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades T_2 von f mit dem Entwicklungspunkt $(0, 0)^T$.
- b) Zeigen Sie, dass für den Betrag des Restglieds $R_2(x, y) = f(x, y) - T_2(x, y)$ folgende Abschätzung gilt:

$$|R_2(x, y)| \leq 0.1 \quad \forall \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq 0.1 \wedge |y| \leq 0.1.$$

- c) Berechnen Sie einen stationären Punkt von T_2 . Handelt es sich bei dem stationären Punkt um ein Minimum, ein Maximum oder einen Sattelpunkt. Bitte begründen Sie Ihre Antwort.

Aufgabe 2: [3+4+3 Punkte] Bestimmen Sie die stationären Punkte der folgenden Funktionen und prüfen Sie, ob diese Minima, Maxima oder Sattelpunkte sind:

- a) [Klausur 2009] $f(\mathbf{x}) := \mathbf{x}^T \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{b}^T \mathbf{x} + c$ mit

$$\mathbf{x} := \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2, \quad \mathbf{A} := \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} := \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c = 2009,$$

- b) $g(x, y) := (x^2 - y^2)e^{\frac{-x^2 - y^2}{2}},$

Bearbeitungstermine: 19.11.-23.11.2012