

Analysis III für Studierende der Ingenieurwissenschaften Blatt 1, Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: Bestimmen Sie die Gradienten folgender Funktionen:

$$f(x, y) = \frac{y}{x} e^{-(x^2+y^2)}$$

$$h(x, y) = (3x - 5y)^4$$

$$g(x, y, z) = \frac{\sin(xyz)}{x^2}$$

$$l(x, y) = \arctan\left(\frac{x}{y}\right)$$

Aufgabe 2:

a) Zeigen Sie, dass die Funktion

$$u : \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+ \setminus \{0\}, \quad u(x, t) := \frac{1}{\sqrt{t}} \exp\left(-\frac{x^2}{4t}\right)$$

die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung $u_t = u_{xx}$ löst. Skizzieren Sie die Lösung für mindestens vier verschiedene t -Werte.

b) Seien $w(x, t)$ und $v(x, t)$ Lösungen der eindimensionalen Wärmeleitungsgleichung. Zeigen Sie, dass dann

$$u(x, y, t) := w(x, t) \cdot v(y, t)$$

die zweidimensionale Wärmeleitungsgleichung

$$u_t = u_{xx} + u_{yy}$$

löst.

c) Geben Sie eine nichttriviale (d.h. nicht überall verschwindende) Lösung der zweidimensionalen Wärmeleitungsgleichung an.

Bearbeitungstermine: 22.10.-26.10.2012