

Aufgabe 1:

Die Extremwerte der Funktion

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

sollen unter der Nebenbedingung $g(x, y) := 9x^2 + y^2 - 9 = 0$ mit Hilfe der Lagrangeschen Multiplikatorenregel berechnet werden:

- Man skizziere die Höhenlinie $9x^2 + y^2 - 9 = 0$.
- Man überprüfe, ob die Regularitätsbedingung für g erfüllt ist.
- Man berechne alle Extremalkandidaten.
- Man klassifiziere alle Extremalkandidaten.

Aufgabe 2:

- Gegeben sei der Körper

$$Z = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 \mid 1 \leq z \leq 2 \wedge 0 \leq x^2 + y^2 \leq 1 \right\}.$$

- Man skizziere Z .
 - Man berechne die Masse von Z mit der Dichtefunktion $\rho(x, y, z) = x^2 + y^2 + z$.
- Für das Vektorfeld $\mathbf{f} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $\mathbf{f}(x, y) = \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$ berechne man das Kurvenintegral

$$\oint_{\mathbf{c}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) d\mathbf{x}.$$

Dabei ist \mathbf{c} der mathematisch positiv durchlaufene Kreis $x^2 + y^2 = 9$.