Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **SoSe 2020**
Prof. Dr. J. Struckmeier,
Dr. P. Kiani

Analysis II
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 7

**Am 27.07 und 28.07 finden keine Übungen mehr statt.
Sie können aber Ihre Ausarbeitungen bis 28.07 wie
üblich zur Korrektur abgeben.**

Umfrage: Bitte helfen Sie uns Mathe III in Ihrem Sinne zu planen und nehmen Sie sich 2 Minuten Zeit für eine Umfrage:

`https://www.limesurvey.uni-hamburg.de/index.php/533487?lang=de`

Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie die Länge der Kurve

$$\mathbf{c} : [0, \sqrt{15}] \mapsto \mathbb{R}^2 \qquad \mathbf{c} : t \longmapsto \left(\frac{t^4}{4}, \frac{t^5}{5}\right)^T .$$

b) Gegeben seien die Kurve (Schraubenlinie)

$$\mathbf{c} : [0, 4\pi] \to \mathbb{R}^3 \qquad \mathbf{c} : t \longmapsto (3\cos(t)\,, 3\sin(t)\,, 4t\,)^T ,$$

und die Funktion $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}\,, \qquad f(x, y, z) = x^2\, y^2\, z + 1.$
Berechnen Sie das Kurvenintegral von f längs $\mathbf{c}$.

Hinweise: Nutzen Sie erst $2\sin(\alpha)\cos(\alpha) = \sin(2\alpha)$ und dann $1 - 2\sin^2(\alpha) = \cos(2\alpha)$.

Aufgabe 2:

Durch $\mathbf{c} : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2, \quad \mathbf{c}(t) := (3 + 2\cos(t), 1 + 2\sin(t))^T$ sei ein Stück Draht der Dichte $\rho(x, y) := |x - 3|$ (Masse pro Längeneinheit) beschrieben.

Skizzieren Sie die Kurve $\mathbf{c}$.

Berechnen Sie die Masse des Drahtes, seinen Schwerpunkt und sein Trägheitsmoment bei Drehung um die x-Achse.

Hinweis: Benutzen Sie das Additionstheorem $\sin(2t) = 2\sin(t)\,\cos(t)$.

Aufgabe 3:

a) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe der 1-periodischen, ungeraden Fortsetzung von $f(x) = 2x^2 - x$ für $x \in [0, \frac{1}{2}]$.

b) Gegeben sei $$f(t) = \begin{cases} 4t & t \in [0, \frac{1}{2}] \\ 4 - 4t & t \in [\frac{1}{2}, 1] \\ 0 & t \in [1, 2] \end{cases}$$

Skizzieren Sie die gerade 4-periodische Fortsetzung von f im Intervall $[-2, 6]$. Berechnen Sie die reelle Fourier-Reihe der geraden, 4–periodischen Fortsetzung von f.

Konvergiert die Fourier-Reihe auf ganz $\mathbb{R}$ gegen f?

Aufgabe 4:

Berechnen sie die reellen Fourier-Koeffizienten der 2π–periodischen Fortsetzungen von

$$g(t) = \sinh(t), \qquad t \in (-\pi, \pi].$$

Wogegen konvergiert die Fourier-Reihe im Punkt $t = -\pi$?

Hinweis: Gehen Sie für die Berechnung der Fourier-Koeffizienten wie folgt vor:

- Schritt 1: Berechnung der Komplexen Fourier-Koeffizienten der 2π-periodisch fortgesetzten Funktionen

$$f(t) = e^t \qquad \text{bzw.} \qquad q(t) = e^{-t}, \qquad t \in (-\pi, \pi].$$

- Schritt 2: Nutzen Sie $g(t) = \sinh(t) = \dfrac{f(t) - q(t)}{2}$
- Schritt 3: Berechnung der reellen Koeffizienten aus den komplexen Koeffizienten.

Abgabe bis 28.07.2020