

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 13:

Für die Stützstellen x_i und sind nur die Funktionswerte f_i bekannt

x_i	-2	-1	0	2	3
f_i	-18	0	12	-30	-48

- Man gebe die Lagrange-Darstellung des Polynoms p_4 an, das die obigen Daten interpoliert.
- Man zeichne p_4 .
- Man gebe das Gleichungssystem an, das p_4 in der Darstellung $p_4(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4$ aufgrund der obigen Interpolationsdaten erfüllen muss.

Aufgabe 14:

- Das (quadratische) Polynom $p_{2,2}$ interpoliere die Stützpunkte $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2)$ und $p_{3,2}$ interpoliere $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$. Man rechne durch einsetzen nach, dass

$$p_{3,3}(x) = p_{3,2}(x) + \frac{x - x_3}{x_0 - x_3} (p_{2,2}(x) - p_{3,2}(x))$$

die Stützpunkte $(x_0, y_0), (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$ interpoliert.

- Von der Funktion $f(x) = e^x = \exp(x)$ seien nur die Stützstellen

x_k	-2	-1	0	1
$\exp(x_k)$	0.135	0.367	1	2.718

bekannt.

- Für das Interpolationspolynom dritten Grades p berechne man $p(-0.5)$ als Näherungswert für $\exp(-0.5)$ mit Hilfe des Schemas von Neville-Aitken.
- Wie groß ist der Fehler höchstens und wie groß mindestens?
- Man berechne $p(-0.5)$ mit einem Matlab-Programm nach dem Schema von Neville-Aitken.

Aufgabe 15:

- a) Von der Funktion $\cos(x)$ erinnert man nur die Stützstellen

x_i	$-\pi/2$	0	$\pi/2$
$\cos x_i$	0	1	0

Man berechne das zugehörige Interpolationspolynom $p_2(x)$.

- b) Man berechne $p_2(\pi/5)$ als Näherungswert für $\cos(\pi/5)$. Wie groß ist der Fehler höchstens? (Man berechne zum Vergleich den tatsächlichen Fehler.)
- c) Man zeichne $\cos(x)$ und $p_2(x)$ im Intervall $[-\pi/2, \pi/2]$.
- d) Nun erinnert man sich noch, dass $\cos(\pi/4) = 1/\sqrt{2}$ gilt. Mit dieser Information führe man a) bis c) bzgl. $p_3(x)$ durch.
- e) Man schreibe ein Matlab-Programm zur Koeffizientenberechnung eines Newtonschen Interpolationspolynoms und teste dies am obigen Beispiel.

Aufgabe 16:

- a) Man berechne zur Funktion $f(x) = x^3$ den natürlichen kubischen Interpolationsspline $s(x)$ zu den Stützstellen $x_j = j$ für $j = 0, 1, 2, 3$.
- b) Man zeichne die Funktionsgraphen von $s(x)$ und $f(x)$.
- c) Warum kann $s(x)$ nicht mit $f(x)$ übereinstimmen?
- d) Man zeichne $s(x)$ unter Verwendung der Matlab-Routinen 'spline', 'linspace', 'ppval' und 'plot'.

Abgabetermin: 20.5. - 24.5.19 (zu Beginn der Übung)