

Bemerkung:

Zur Berechnung der Integrale dürfen nur die bekannten Rechenregeln, Verfahren und elementaren Stammfunktionen verwendet werden.

Aufgabe 1:

a) Unter Verwendung der Substitutionsregel berechne man $\int_0^1 \frac{4e^x}{e^x + 3} dx$.

b) Man berechne das unbestimmte Integral

$$\int \frac{x^3 - 5x^2 - 3x + 38}{x^2 + x - 6} dx$$

unter Verwendung der Partialbruchzerlegungsmethode.

c) Man untersuche die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^2}{4^n}$ auf Konvergenz.

Aufgabe 2:

a) Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, der entsteht, wenn der Funktionsgraph von

$$f(x) = \sqrt{x}e^{x/2}$$

mit $0 \leq x \leq 1$ um die x -Achse rotiert.

b) Man zeige, dass die Reihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n + \sqrt{n+1}}$$

konvergiert und gebe den maximalen Fehler an, wenn man anstelle des Grenzwertes S der Reihe die Partialsumme S_2 verwendet.

c) Man bestimme den Entwicklungspunkt, den Konvergenzradius und das (offene) Konvergenzintervall der folgenden Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2x-3}{5} \right)^n$$

und untersuche das Konvergenzverhalten in den Randpunkten des Konvergenzintervalls (mit Begründung).