

## Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 6

#### Aufgabe 21:

- a) Man zeichne die Epizykloide  $\mathbf{c} : [0, 6\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} 4 \cos(t/3) - \cos(4t/3) \\ 4 \sin(t/3) - \sin(4t/3) \end{pmatrix}$$

und berechne den überstrichenen Flächeninhalt.

- b) Durch

$$r(\varphi) = \frac{\varphi}{2\pi}$$

ist eine archimedische Spirale in Polarkoordinaten gegeben.

Man zeichne die Kurve für  $\varphi \in [0, 50\pi]$  und berechne die von der Spirale für  $\varphi \in [0, 2\pi]$  überstrichene Fläche.

#### Aufgabe 22:

Gegeben sei ein Draht mit der Dichtefunktion  $\rho(x, y) = x + y$ . Die Form des Drahtes wird beschrieben durch die Kurve  $\mathbf{c} : \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}^2$ , mit

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} \cos t \\ \sin t \end{pmatrix}.$$

Man zeichne die Form des Drahtes, berechne seine Gesamtmasse, bestimme seinen Schwerpunkt und ermittle sein Trägheitsmoment bzgl. der  $x$ -Achse.

**Aufgabe 23:**

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = x^2 - 2x$$

- a) Man zeichne die 2-periodische direkte Fortsetzung der Funktion im Intervall  $[-2, 4]$ .
- b) Man berechne die Fourier-Reihe der direkten 2-periodischen Fortsetzung von  $f$ .
- c) Man zeichne die Partialsummen  $S_n(x)$ ,  $n = 3, 5, 7, 9, 20$  der Fourier-Reihe aus b).
- d) Man zeige mit Hilfe von b) die Identität 
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}.$$

**Aufgabe 24:**

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 2 & , \quad 0 \leq x < 1, \\ 0 & , \quad 1 \leq x < 4 \end{cases}$$

- a) Man berechne die komplexe Fourier-Reihe der 4-periodischen Fortsetzung von  $f$ .
- b) Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten dieser Fourier-Reihe an.
- c) Man zeichne die Partialsumme  $S_{40}(x)$  der berechneten Fourier-Reihe.

**Abgabetermin:** 29.6. - 3.7.15 (zu Beginn der Übung)