

**Bemerkung:**

Alle Integrale müssen mit Hilfe der bekannten Rechenregeln, Verfahren und unter Verwendung der elementar bekannten Stammfunktionen gelöst werden, d.h. die Lösung darf nicht aus einer Formelsammlung zitiert werden.

**Aufgabe 1:**

a) Gegeben sei die durch  $f(x) = \frac{8}{5-2x}$  definierte Funktion.

- (i) Man berechne die Potenzreihe für  $f$  zum Entwicklungspunkt  $x_0 = 0$  und bestimme deren Konvergenzradius.
- (ii) Konvergiert die Potenzreihe aus a) in den Randpunkten des Konvergenzintervalls? (Begründung!)

b) Man berechne das Integral

$$\int \frac{2x^3 + 9x^2 - 9x + 4}{x^2 + 4x - 5} dx$$

unter Verwendung der Partialbruchzerlegungsmethode.

**Aufgabe 2:**

a) Durch Substitution berechne man  $\int_0^{\pi/2} \cos x \sin^3 x dx$ .

b) Man berechne das uneigentliche Integral  $\int_{-4}^4 \frac{1}{(x-4)^{2/3}} dx$ , falls es existiert.

c) Man berechne die Mantelfläche des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von  $f(x) = x$  mit  $2 \leq x \leq 3$  um die  $x$ -Achse rotiert.

d) Gegeben sei ein Draht mit der Dichtefunktion  $\rho(x, y) = \sin\left(\frac{(x+y)\pi}{14}\right)$ .

Die Form des Drahtes werde beschrieben durch die Kurve

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} 3t \\ 4t \end{pmatrix} \quad \text{mit } 0 \leq t \leq 1.$$

Man berechne die Masse und den Schwerpunkt des Drahtes.