

Bemerkung:

Alle Integrale müssen mit Hilfe der bekannten Rechenregeln, Verfahren und unter Verwendung der elementar bekannten Stammfunktionen gelöst werden, d.h. die Lösung darf nicht aus einer Formelsammlung zitiert werden.

Aufgabe 1:

- a) Gegeben sei die Funktion $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = |x - 1|$.
- (i) Man skizziere den entstehenden Rotationskörper, wenn f um die x -Achse rotiert und
 - (ii) berechne das zugehörige Volumen.

- b) Gegeben sei die durch

$$f(x) = \frac{3}{3-x}$$

definierte Funktion.

- (i) Man berechne die Potenzreihe für f zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ und bestimme ihren Konvergenzradius.
- (ii) Konvergiert die berechnete Potenzreihe in den Randpunkten?

Aufgabe 2:

- a) Man berechne $\int \frac{2e^{2x} + e^x}{e^{2x} + 1} dx$.

- b) Gegeben sei die Funktion $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = -(x - 1)^2$.

- (i) Man skizziere die 2-periodische direkte Fortsetzung der Funktion f .
- (ii) Man berechne die Fourier-Reihe dieser 2-periodischen Fortsetzung von f .

- (iii) Man zeige mit Hilfe von (ii) die Identität $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} = \frac{\pi^2}{6}$.