

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7

Aufgabe 25:

Gegeben sei die Funktion $f : [-1/2, 1/2] \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = 1 - 2|x|$.

- Man zeichne die Funktion.
- Man berechne die Fourier-Reihe der 1-periodischen Fortsetzung der Funktion.
- Man zeige mit Hilfe von b) die Identität
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}.$$

Aufgabe 26:

Gegeben sei die 4π -periodische Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 0 & , \quad -2\pi \leq x \leq 0 \quad , \\ (x - \pi)^2 - \pi^2 & , \quad 0 \leq x \leq 2\pi \quad . \end{cases}$$

- Man zeichne die Funktion.
- Man berechne die Fourier-Reihe der Funktion.
- Man zeichne die Partialsummen $S_0(x), \dots, S_3(x)$ der berechneten Fourierreihe.

Aufgabe 27:

Gegeben sei die Funktion $f : [0, \pi[\rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x) = x$.

- a) Man zeichne die Funktion.
- b) Man berechne die komplexe Fourier-Reihe der geraden (2π -periodischen) Fortsetzung.
- c) Man gebe die reellen Fourier-Koeffizienten der Reihe aus a) an.
- d) Man zeichne die Partialsummen $S_0(x), \dots, S_4(x)$ der berechneten Fourierreihe.
- e) In welchem Zusammenhang stehen die berechneten Fourier-Koeffizienten zu denen aus Aufgabe 25?

Aufgabe 28:

Man berechne das bestimmte Integral $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx$ näherungsweise mit Hilfe

- a) der Trapezregel,
- b) der Simpson-Regel,
- c) der Trapezsumme ($n = 4, 10, 100, 1000$ Intervalle) und
- d) der Simpson-Summe ($n = 4, 10, 100, 1000$ Intervalle).

Die Auswertung der Quadraturformeln soll dabei über ein MATLAB-Programm erfolgen.

Anschließend schätze man den entstehenden Fehler jeweils nach oben ab und vergleiche die Abschätzung mit dem tatsächlichen Fehler.

Abgabetermin: 9.7. - 12.7. (zu Beginn der Übung)