

Analysis II für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6

Aufgabe 21:

Gegeben sei die Funktion

$$f : [0, \pi/2] \longrightarrow \mathbb{R} \quad \text{mit} \quad f(x) = \sin x .$$

- Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die x -Achse rotiert.
- Man berechne das Volumen des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die y -Achse rotiert.
- Man berechne die Mantelfläche des Rotationskörpers, wenn der Funktionsgraph von f um die x -Achse rotiert.
- Man zeichne die Mantelflächen der Rotationskörper aus a) und b) mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezsurf'.

Bemerkung: Die Integrale sollen elementar, d.h. ohne Formelsammlung gelöst werden.

Aufgabe 22:

- Man berechne die Bogenlänge der Kurve $\mathbf{c} : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} t^2 \\ t^2 \\ t^3 \end{pmatrix} .$$

Man zeichne die Kurve mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezplot3'.

- Man berechne den Flächeninhalt der von der gewöhnlichen Hypozykloide

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} 8 \cos t + \cos(8t) \\ 8 \sin t - \sin(8t) \end{pmatrix}$$

umschlossenen Fläche. Man zeichne die Kurve mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezplot'.

Aufgabe 23:

Durch

$$r(\varphi) = \sqrt{1 + \sin(7\varphi)}$$

ist eine Kurve in Polarkoordinaten gegeben.

- a) Man zeichne die Kurve mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezplot'.
- b) Man berechne alle Tangentenvektoren der Kurve im Punkt $(0, 0)$.
- c) Man berechne die überstrichene Fläche.

Aufgabe 24:

- a) Man zeige, dass sich die Krümmung κ der Kurve \mathbf{c} in der Parametrisierung $\mathbf{c}(t) = (x(t), y(t))^T$ berechnen lässt durch

$$\kappa(t) = \frac{|\dot{x}(t)\ddot{y}(t) - \ddot{x}(t)\dot{y}(t)|}{(\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2)^{3/2}}.$$

- b) Für $t \geq 0$ sei die Archimedische Spirale gegeben:

$$\mathbf{c}(t) = \begin{pmatrix} t \cos t \\ t \sin t \end{pmatrix}.$$

- (i) Man zeichne die Kurve mit Hilfe der MATLAB-Routine 'ezplot'.
- (ii) Man berechne $\kappa(t)$ und $\lim_{t \rightarrow \infty} \kappa(t)$.
- (iii) Durch $\mathbf{c}(t)$ mit $1 \leq t \leq 2$ werde ein Draht parametrisiert mit der Massendichte $\rho(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$. Man berechne die Gesamtmasse des Drahtes.

Abgabetermin: 25.6. - 28.6. (zu Beginn der Übung)