

**Klausur Mathematik I**  
**(Modul: Analysis I)**  
**4. September 2020**

Sie haben 60 Minuten Zeit zum Bearbeiten der Klausur.

Tragen Sie bitte zunächst Ihren Namen, Ihren Vornamen und Ihre Matrikelnummer in **DRUCKSCHRIFT** in die folgenden jeweils dafür vorgesehenen Felder ein. Diese Eintragungen werden auf Datenträger gespeichert.

Name: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Vorname: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matr.-Nr.: 

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Studiengang:

AI	BU	BVT	ET	EUT	IN/IIW	LM	MB	MTB/MEC	OS	SB	VT	
----	----	-----	----	-----	--------	----	----	---------	----	----	----	--

Ich bin darüber belehrt worden, dass die von mir zu erbringende Prüfungsleistung nur dann bewertet wird, wenn die Nachprüfung durch das Zentrale Prüfungsamt der TUHH meine offizielle Zulassung vor Beginn der Prüfung ergibt.

Unterschrift:
---------------

Aufg.	Punkte	Korrekteur
1		
2		
3		
4		

$\Sigma =$
------------

**Aufgabe 1: (4 Punkte)**

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für alle  $n \in \mathbb{N}$  folgende Gleichung gilt:

$$\sum_{k=1}^n (8k - 3) = 4n^2 + n.$$



**Aufgabe 2: (5 Punkte)**

Gegeben ist die Reihe

$$s_n := \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{k+1}{(k+2)(k+3)}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

- a) Zeigen Sie, dass die Reihe konvergiert.
- b) Sei  $s$  der Grenzwert der Reihe. Geben Sie eine obere und eine untere Schranke für den Wert von  $s$  an.



**Aufgabe 3: (4 Punkte)**

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = 4 - 2(x - \pi)^2 - 3 \cos(x)$  genau zwei reelle Nullstellen hat.



**Aufgabe 4:** (7 Punkte)

a) Gegeben ist die Funktion  $f : [1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (x - 1) \cdot \ln(x)$ .

- (i) Berechnen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades  $T_2$  von  $f$  mit dem Entwicklungspunkt  $x_0 = 1$ .
- (ii) Zeigen Sie, dass für das Taylor-Restglied  $R_2(x) = f(x) - T_2(x)$  im Intervall  $I = [1, \frac{3}{2}]$  die Abschätzung

$$|R_2(x)| \leq \frac{1}{10}$$

gilt.

b) Berechnen Sie  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x \sin(x)}$ .









