

Analysis I

für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 7 Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Gegeben ist das Intervall $I := [-4, 2]$ die Funktion $f : I \rightarrow \mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 5 & x \in [-4, -2) \\ 2 - (x + 1)^2 & x \in [-2, 0) \\ 1 + x & x \in [0, 2] \end{cases}$$

- a) Ist f stetig in $[-4, 2]$?
- b) Ist f differenzierbar in $(-4, 2)$?
- c) Bestimmen und klassifizieren Sie alle lokalen und alle globalen Extrema der Funktion f

Aufgabe 2:

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 - 2x + e^{x-1} + \cos(1 - x) - 2$.

- a) Bestimmen Sie das Taylor-Polynom zweiten Grades $T_2(x)$ zur Funktion f mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.
- b) Zeigen Sie, dass f genau zwei reelle Nullstellen hat.
- c) Zeigen Sie, dass f genau ein Extremum im Intervall $] -1, 1[$ besitzt, und klassifizieren Sie dieses Extremum (Handelt es sich um ein Maximum oder ein Minimum?).
Gibt es außerhalb dieses Intervalls noch weitere Extrema von f ? Bitte begründen Sie Ihre Antwort.
- d) Es sei T_2 das Taylor-Polynom aus Teil a). Zeigen Sie, dass für den Restterm R_2 folgende Abschätzung gilt:

$$|R_2(x)| = |f(x) - T_2(x)| \leq 10^{-3} \quad \forall x \in [0.9, 1.1].$$

Bearbeitung: vom 27.01 bis 31.01