Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2019/20**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. P. Kiani

Analysis I
für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6 Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

a) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{2^k}{k^{10}}$ b) $\sum_{k=1}^{\infty} \left(\sqrt{k-1} - \sqrt{k}\right)^k$,

c) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3}{(k-1)!}$, d) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+3k+1}{3k^2-5k}$,

e) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2k^2-1}$.

Aufgabe 2:

a) Gegeben sei die Funktion $f : [-5; 5] \to \mathbb{R}$.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - A\frac{x}{2} & \text{für } x \in [-5; -\frac{1}{2}[\\ 3 + \sin(2\pi x) & \text{für } x \in [-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}[, \\ 6 + B|x-2| & \text{für } x \in [\frac{1}{2}, 5]. \end{cases}$$

Wie müssen die Zahlen A und B gewählt werden, damit die Funktionen f stetig wird?

b) Begründen Sie , warum jede

(i) stetige gerade Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 2, \qquad f(-2) = -2, \qquad f(1) = 1$$

mindestens vier Nullstellen hat und

(ii) jede stetige ungerade Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 2, \qquad f(-2) = 2, \qquad f(1) = 1$$

mindestens fünf Nullstellen hat.

c) Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + e^x + \cos(x) - 3$. Zeigen Sie, dass f im Intervall $I := [0, 2]$ mindestens eine Nullstelle hat.

Bearbeitung: vom 13.01 bis 17.01