

Analysis I

für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 6 Hausaufgaben

Aufgabe 1: (Je 2 Punkte)

Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

$$\begin{array}{ll} \text{a)} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{5^k}{(k+1)!}, & \text{b)} \sum_{k=1}^{\infty} 2^k \cdot \left(\frac{k+3}{k}\right)^k, \\ \text{c)} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{k\pi}{4}\right)}{3^k}, & \text{d)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k}{4k^2 - k + 1}, \\ \text{e)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2k-1}{k^3 \sqrt{k}}. & \end{array}$$

Aufgabe 2: (Je 3 Punkte)

- a) Prüfen Sie, ob man den Parameter a so wählen kann, dass die Funktion \tilde{f} auf ganz \mathbb{R} stetig wird.

$$\tilde{f}(x) := \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \sin\left(\frac{1}{x-1}\right) & : x > 1, \\ 1 + a(x+1) & : x \leq 1. \end{cases}$$

- b) Gegeben seien die Funktionen

$$f(x) = \begin{cases} \cos(\pi x) & \text{für } x \leq -1, \\ Ax + B & \text{für } x \in (-1, 4], \\ \ln(x^2 - 3x - 4) - \ln(x - 4) & \text{für } x > 4. \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 5x - 6}{x^3 - 1} & \text{für } x \in (-\infty, 1), \\ (x-1)^2 + C & \text{für } x \in [1, \infty). \end{cases}$$

$$h(x) = \begin{cases} D \cdot x^2 - 5 \sin\left(\frac{\pi}{6}x\right) & \text{für } x \in \mathbb{R}, |x| \leq 3, \\ e^{\left(\frac{x}{3}\right)^2 - 1} + Kx, & \text{für } x \in \mathbb{R}, |x| > 3. \end{cases}$$

Wie müssen die Zahlen A, B, C, D und K aus \mathbb{R} gewählt werden, damit die Funktionen f, g und h auf ganz \mathbb{R} stetig werden.

Abgabe: vom 13.01 bis 17.01