Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2019/20**
Prof. Dr. J. Struckmeier, Dr. P. Kiani

Analysis I
für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 5 Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls die Grenzwerte. Alle auftretenden Folgen seien für $n \in \mathbb{N}$ definiert.

$$a_n = n\left(\sqrt{1+2n+n^4} - \sqrt{3-n+n^4}\right),$$

$$b_n = \left[\frac{1}{n+1}\left(\frac{2n^3+3n^2+3}{n^2} - n\right)\right]^3,$$

$$c_n = \left(1 - \frac{1}{5n}\right)^{\frac{n}{2}-1},$$

$$d_n = \frac{(-1)^n(n^2+2n)}{(2n+1)(2n-1)},$$

$$e_n = \left(\frac{(-1)^n}{n},\ (a_n)^2,\ b_n\right).$$

Aufgabe 2:

a) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim\limits_{n\to\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{2^k + 3^{k-1}}{5^{k-1}}$.

b) Gegeben ist die geometrische Folge $a_k := \left(\dfrac{r+5}{4}\right)^k$, $k \in \mathbb{N}$, mit einem Parameter $r \in \mathbb{R}$.

- ☐ Die Folge divergiert für alle $r > 0$.
- ☐ Die Folge konvergiert genau dann, wenn $|r| < 1$ gilt.
- ☐ Die Folge konvergiert genau dann, wenn $r \in]-9, -1]$ gilt.
- ☐ Die Folge konvergiert genau dann, wenn $r \in]-4, 4]$ gilt.
- ☐ Die Reihe $s_n := \sum\limits_{k=1}^{n} a_k$, $n \in \mathbb{N}$ konvergiert genau dann, wenn $r \in]-9, -1[$ gilt.

c) Wie viele verschiedene Häufungspunkte hat die Folge $a_n = \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) \cdot \frac{n}{2n+3}$, $n \in \mathbb{N}$?

Bearbeitung: vom 16.12 bis 20.12