

Analysis I

für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4 Hausaufgaben

Aufgabe 1: (1+1+2+3+3 Punkte)

Bestimmen sie die Lösungen folgender Gleichungen bzw. Ungleichungen in \mathbb{R} .

a) $\frac{|x+2|}{|x-6|} = 1,$ b) $\frac{|x-3|}{|x-5|} < 1,$ c) $|3x-2| = |6-5x|,$
d) $|3x-2| < |6-5x|,$ e) $\frac{3x-1}{x-2} \leq 2 .$

Aufgabe 2: (5+5 Punkte)

- a) (5 Punkte) Sie modellieren eine physikalische Größe $f(x)$ für $x \in [-0.2, 0.2]$ durch $p(x)$. Als Modellierer garantieren Sie Ihrem Auftraggeber, dass für den maximalen absoluten Modellierungsfehler folgende Abschätzung gilt.

$$|A(x)| := |f(x) - p(x)| \leq \left| \frac{x^3 - \frac{1}{2}x + \sin(x)}{6} \cdot \left(x - \frac{1}{10}\right)^2 \right|$$

Der Auftraggeber behauptet, dass ihm das nicht gut genug sei, er könne nur einen maximalen Fehler von 0.05 tolerieren. Was halten Sie von dieser Aussage?

- b) (5 Punkte) Zu berechnen sei $\sin(0.2)$. Leider sind sämtliche elektronischen Geräte, die Ihnen bei der Berechnung behilflich sein könnten, ausgefallen. Ein Studierender des dritten Semesters erinnert sich aber, dass nahe Null $\sin(x) \approx x$ gilt. Genauer gilt

$$|\sin(x) - x| \leq \left| \frac{x^3}{6} \right|.$$

Außerdem kennen Sie das Additionstheorem

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x).$$

Zeigen Sie mit Hilfe dieser Informationen, dass die folgenden Schranken für $\sin(0.2)$ gelten

$$0.1985 < \sin(0.2) < 0.2005.$$

Abgabe: vom 02.12 bis 06.12