Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2019/20**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. P. Kiani

Analysis I
für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3 Präsenzaufgaben

Aufgabe 1: (vollständige Induktion)

a) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}, \quad \forall\, n \in \mathbb{N}\,.$

b) Es seien a und p gegebene feste positive Zahlen, $p \neq 1$ und

$$K_1 = a, \qquad K_{n+1} := p \cdot K_n + a\,,\ \forall n \in \mathbb{N}.$$

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass folgende Formel gilt:

$$K_n = a \cdot \frac{1-p^n}{1-p}\,,\ \forall n \in \mathbb{N}.$$

Aufgabe 2: (Rechnen mit Fakultäten und Binomialkoeffizienten)

Beweisen oder widerlegen Sie (zum Beispiel mit Hilfe eines Gegenbeispiels) folgende Aussagen

a) $\forall n \in \mathbb{N}$ gilt $(n+1)! = 2(2n-1) + 7(n-1)(n-2)\,.$

b) $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{1,\, 2\}$ gilt mit $f(n) := n! \cdot \binom{n}{2}$:

$$\frac{f(n+1)}{2(n+1)} \leq f(n) \leq \frac{f(n+1)}{n+1}.$$

Bearbeitung/Abgabe: vom 18.11 bis 22.11