

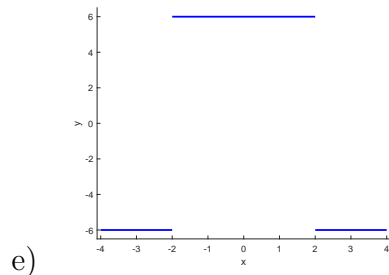
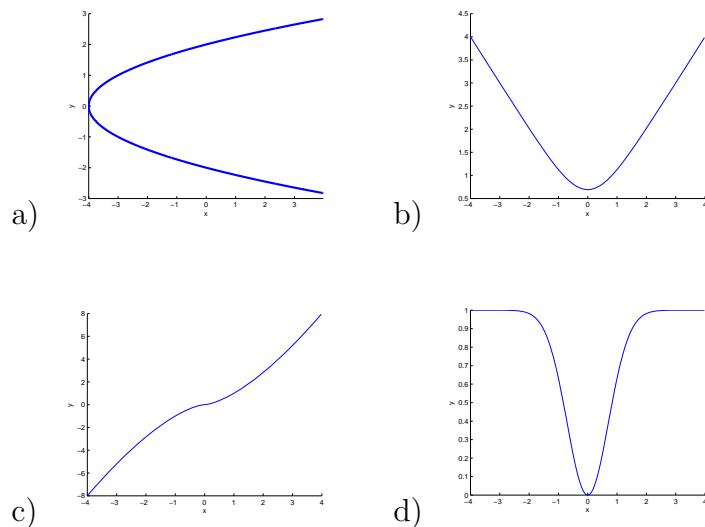
Analysis I

für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 3 Hausaufgaben

Aufgabe 1: (8 + 4 Punkte)

a) Bei welchen der folgenden Bilder kann es sich um die Darstellung des Graphen einer reellwertigen Funktion $f : [-4, 4] \rightarrow [-8, 8]$, $x \mapsto y = f(x)$, handeln?



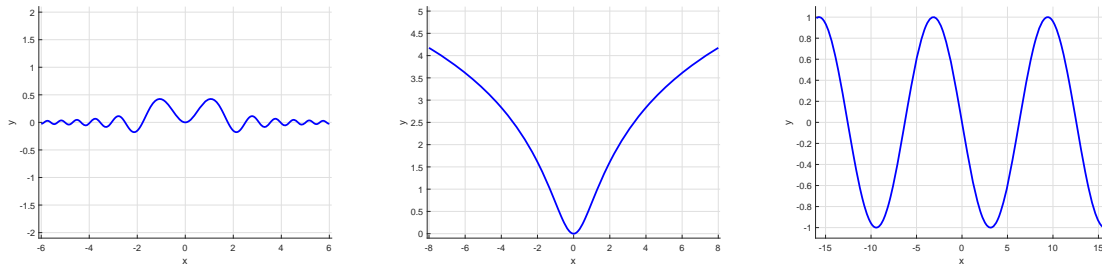
Welche der Funktionen sind
 - soweit erkennbar - injektiv
 bzw.
 surjektiv?
 Welche der Funktionen sind -
 soweit erkennbar - bijektiv (in-
 vertierbar/umkehrbar)?

b) In den untenstehenden Bildern sind Abschnitte der Graphen der Funktionen $f_k : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $k = 1, 2, 3$

$$f_1(x) = \log(1 + x^2) = \ln(1 + x^2), \quad f_2(x) = \cos\left(\frac{x+\pi}{2}\right),$$

$$\text{und} \quad f_3(x) = \frac{\sin(x^2)}{1 + x^2}$$

dargestellt. Welches Bild gehört zu welcher Funktion?

**Aufgabe 2: (6 + 4 + 8 Punkte)**

- a) Eine reellwertige Funktion $f(x)$ heißt *gerade*, falls $f(-x) = f(x)$ für alle x gilt. Die Funktion $f(x)$ heißt *ungerade*, falls $f(-x) = -f(x)$ für alle x gilt.

Welche der folgenden Funktionen sind gerade und welche sind ungerade?

$$f_1 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad f_1(x) = \frac{\cos(x)}{1+x^2}$$

$$f_2 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad f_2(x) = 2x - 2 \sin(x) \cos(x)$$

$$f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad f_3(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$f_4 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad f_4(x) = e^x + e^{-x}$$

$$f_5 : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R} \qquad f_5(x) = \frac{x \cdot f_2(x)}{f_1(x)}$$

$$f_6 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad f_6(x) = f_2(x) (f_1(x))^3 + x^3$$

Zusatzaufgabe: Skizzieren Sie den Graphen von f_2 für $x \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ und für $x \in [-0.3, 0.3]$. Fällt Ihnen etwas auf?

- b) (8 Punkte) Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Ausdrücke in \mathbb{R} definiert? Untersuchen Sie für $k = 1, 2, 3, 4$, für welche $x \in \mathbb{R}$ die Gleichung $f_k(x) = x$ gilt?

$$\begin{array}{ll} \text{i)} & f_1(x) = \sqrt{x^2} \\ \text{iii)} & f_3(x) = \exp(\ln(x)) \end{array} \qquad \begin{array}{ll} \text{ii)} & f_2(x) = (\sqrt{x})^2 \\ \text{iv)} & f_4(x) = \ln(\exp(x)) \end{array}$$

Abgabe: vom 18.11 bis 22.11