Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2019/20**
Prof. Dr. J. Struckmeier
Dr. P. Kiani

Analysis I
für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2 Hausaufgaben

Aufgabe 1:

Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln die Gültigkeit folgender Äquivalenzen:

a) $((A \vee B) \wedge \neg(B \vee C)) \Longleftrightarrow (A \wedge \neg B \wedge \neg C)$

b) $((A \wedge (B \vee C)) \Longleftrightarrow ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$

Aufgabe 2:

a) Sei $I \subset \mathbb{R}$ ein Intervall und $x_0 \in I$. Verneinen Sie die Aussage

$$A(x_0) :\Leftrightarrow \; (\, \exists \epsilon > 0 \; :]x_0 - \epsilon,\, x_0 + \epsilon[\subseteq \; I \,) \,.$$

Für welche reellen Intervalle I gilt: $\forall x \in I : A(x)$?

b) Beweisen Sie folgende Aussagen oder widerlegen Sie die Aussagen mit Hilfe von Gegenbeispielen.

(i) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt: Die Zahl $m := 3n(n^2 + 2)$ ist durch 9 teilbar.

(ii) Voraussetzung: Für $i = 0,\, 1,\, 2$ seien die Zahlen $a_i \in \mathbb{Z}$ ungerade. Das heißt $\exists\, k_i \in \mathbb{Z} :\; a_i = 2k_i - 1$ für $i = 0,\, 1,\, 2$.
Behauptung: Dann hat das Polynom

$$p(x) \;:=\; a_2 x^2 \;+\; a_1 x \;+\; a_0$$

keine rationale Nullstelle.

Tipp: Nehmen Sie an, dass das Polynom eine rationale Nullstelle
$x = \frac{m}{n},\; m, n \in \mathbb{Z}, n \neq 0, n, m$ teilerfremd
besitzt, und führen Sie diese Annahme zu einem Widerspruch. Beachten Sie, dass die Summe dreier ungerader Zahlen nie verschwindet.

(iii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} k^2 \;=\; \frac{5n^2 - 7n + 4}{2} \,.$

Abgabe: 04.11-08.11 und 18.11-22.11 in den Analysis Übungsgruppen