

**Aufgabe 1:**

a) Weisen Sie nach, dass die rekursive Folge

$$a_1 := 1, \quad a_{n+1} := \frac{2}{5}(a_n + 3)$$

konvergiert und bestimmen Sie ihren Grenzwert.

b) Berechnen Sie den Grenzwert  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  der Folge

$$a_n := \sqrt{n^2 + 2n + 3} - (n - 2) \quad n \in \mathbb{N}.$$

**Aufgabe 2:**

a) Berechnen Sie

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + \sin(x) - \cos(2x) - x}{x^2}.$$

b) Gegeben ist die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = e^{2x} + 4x^2 - 4x + \sin(x) - 2$ .

- (i) Zeigen Sie, dass  $f$  genau zwei reelle Nullstellen hat.
- (ii) Zeigen Sie, dass  $f$  genau ein Extremum im Intervall  $[0, 1]$  besitzt, und klassifizieren Sie dieses Extremum (Handelt es sich um ein Maximum, ein Minimum oder um einen Sattelpunkt?).

Gibt es außerhalb dieses Intervalls noch weitere Extrema? Bitte begründen Sie Ihre Antwort.