Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2017/18**
Prof. Dr. T. Reis, Dr. H. P. Kiani

Analysis I
für Studierende der Ingenieurwissenschaften
Blatt 5, Hausaufgaben

Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie die Linearfaktorzerlegung von $p(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 2x$.

b) Berechnen Sie alle Nullstellen von $q(x) = x^4 + 5x^2 + 4$.

Aufgabe 2:

a) Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls die Grenzwerte. Falls nicht anders vermerkt, seien die auftretenden Folgen für $n \in \mathbb{N}$ definiert.

$$i) \qquad a_n = n^3 \left(\sqrt{n^6+5} - \sqrt{n^6-3}\right), \; n \in \mathbb{N},\; n \geq 2,$$

$$ii) \qquad b_n = \frac{5 \cdot 2^{n-1} + 3 \cdot 7^{n+1}}{7^n},$$

$$iii) \qquad d_n = \left[\frac{1}{n^2+2}\left(\frac{n^3-3n^2+3}{n} - \frac{n^2}{2}\right)\right]^3,$$

b) Tina hat ihrem kleinen Bruder beim Schaukeln Anschwung gegeben. Die Schaukel (genauer die Enden der Ketten, an denen die Sitzfläche hängt) hat im Ruhezustand eine Höhe von 0.5 Metern über dem Boden. Nach dem Anschwingen hat die Schaukel die schwindelerregende Höhe von zwei Metern über dem Boden erreicht. Bei jedem Hin- und Herschwingen reduziert sich die über dem Ruhezustand gewonnene maximale Höhe der Schaukel um 5% . Geben Sie eine Folge an, deren n-tes Glied die maximale Höhe beim $n-$ten mal Hin- und Herschwingen angibt. Wie oft schwingt die Schaukel hin und her bevor sie zum ersten Mal unterhalb einer Höhe von einem Meter über dem Boden bleibt?

Bemerkung: Für die Angabe des Ergebnisses als natürliche Zahl ist die Benutzung eines Taschenrechners erlaubt.

Aufgabe 3:

Untersuchen Sie die nachstehenden rekursiven Folgen auf Konvergenz in $\mathbb{R}$ und bestimmen Sie gegebenenfalls die (reellen) Grenzwerte. Alle auftretenden Folgen seien für $n \in \mathbb{N}$ definiert.

$$a_1 = 1, \quad a_{n+1} = \frac{1}{3}\sqrt{6a_n - 2}, \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}\,,$$

$$b_1 = 1, \quad b_{n+1} = \frac{1}{3}\sqrt{6b_n - 1}, \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}\,,$$

$$u_1 = 1\,, \qquad u_{n+1} := \sqrt{3u_n} \qquad \forall\, n \in \mathbb{N}\,.$$ (Klausur Wise 11/12)

Aufgabe 4 Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz, und berechnen Sie für die konvergenten Reihen die Grenzwerte.

a) $s := \sum_{k=0}^{\infty} \frac{5^k + 10^k}{15^k}$,

b) $\tilde{s} := \sum_{k=1}^{\infty} \frac{6^{k+1} + 2 \cdot 5^k}{7^{k-1}}$,

c) $\hat{s} := \sum_{k=1}^{\infty} \frac{8^k - 2^k}{6^k}$.

Abgabe und Besprechung: während der Übungen vom 18.12.2017 bis 22.12.2017