

Analysis I

für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2: Präsenzaufgaben

Aufgabe 1:

Es sei $x \in \mathbb{R}$. Durch welche der Symbole \Leftarrow , \Rightarrow , \Leftrightarrow können die Pünktchen \dots in den folgenden Zeilen ersetzt werden, um eine wahre Aussage zu erhalten.

- $x^2 = 4 \quad \dots \quad x = 2$
- $x = \sqrt{9} \quad \dots \quad x = \pm 3$
- $x = \sqrt{9} \quad \dots \quad x = 3$
- $x^2 < 9 \quad \dots \quad x < 3$
- $x^2 > 9 \quad \dots \quad x > 3$
- $x^2 < 9 \quad \dots \quad |x| < 3$
- $x^2 - 4x + 3 = 0 \quad \dots \quad x = 1$
- $x^2 - 2x + 1 = 0 \quad \dots \quad x = 1$

Aufgabe 2:

a) Beweisen Sie folgende Aussagen indirekt oder widerlegen Sie die Aussagen mit Hilfe von Gegenbeispielen.

(i) $|2ab| \leq a^2 + b^2 \quad \forall a, b \in \mathbb{R}$.

(ii) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt $\sum_{k=1}^n k = n^2 - n + 1$.

b) Es sei \mathbb{N} die Menge der natürlichen Zahlen. Es gelte $M_1 \subset \mathbb{N}$ und $M_2 \subset \mathbb{N}$. Negieren Sie die folgenden Aussagen, ohne das Wort *nicht* bzw. das Zeichen für die Negation zu benutzen.

(i) $\forall x \in \mathbb{N}$ gilt $x \cdot x > x$.

(ii) $\exists y \in M_2 : (\forall x \in M_1 : x \cdot y \in M_1)$.

Aufgabe 3: Gegeben sind die folgenden Mengen in der $x - y$ -Ebene:

$$M_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\},$$

$$M_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid |x| + |y| < 2\},$$

$$M_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -1 \leq y \leq 4\},$$

$$M_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -4 \leq y \leq 1\},$$

$$M_5 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 5\}.$$

Beschreiben Sie die Geometrie folgender Mengen mit Worten oder skizzieren Sie die Mengen.

$$M_1 \cup M_2, \quad M_1 \cap M_2, \quad M_3 \cup M_4,$$

$$M_3 \cap M_4, \quad M_3 \cup M_5, \quad M_3 \cap M_5.$$

Aufgabe 4: Skizzieren Sie die folgenden Mengen:

$$M_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + (y + 1)^2 < 4\},$$

$$M_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (|x| + |y| < 2) \wedge (y > -1)\},$$

$$M_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \max\{|x|, |y|\} < 2\},$$

$$M_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + (y - 1)^2 < 9) \wedge (y > |x|)\},$$

$$M_5 = [0, 1] \times [0, 2] \times [-1, 0] \subset \mathbb{R}^3.$$

Bearbeitung: während der Übungen vom 06.11 bis 10.11