

Aufgabe 1:

a) Man berechne den Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6n^2 + n - 1}{(n+1)(2n+7)} \right)^2$.

b) Man beweise für alle $n \in \mathbb{N}$ durch vollständige Induktion $\sum_{k=1}^n (4k+1) = n(2n+3)$.

c) Man berechne die für alle $x \in \mathbb{R}$ stetige Funktion f mit $f(1) = -1$ und

$$f'(x) = \begin{cases} -2x - 4 & \text{für } x < -2, \\ 2x & \text{für } -2 < x \end{cases}$$

und skizziere die Funktion.

Aufgabe 2:

a) Man berechne den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x^3 + 2x)}{\ln(5x + 7)}$.

b) Für die Funktion f mit

$$f(x) = e^{1/(x^2+2x+3)}$$

gebe man die Monotoniebereiche an und berechne alle Extremwerte.

c) Gegeben sei die Funktion g mit $g(x) = \sqrt{3x+6}$.

- (i) Man berechne das Taylor-Polynom T_2 vom Grad 2 von g zum Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.
- (ii) Man schätze den Approximationsfehler $|g(0) - T_2(0)|$ mit Hilfe der Restgliedformel von Lagrange nach oben ab.