

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 4

Aufgabe 1: Welche der folgenden Funktionen sind gerade und welche sind ungerade?

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad f(x) = \frac{\cos(x)}{1+x^2}$$

$$g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad g(x) = x - \sin(x)$$

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad h(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$k : [-1; 1] \rightarrow \mathbb{R} \qquad k(x) = \frac{x \cdot g(x)}{f(x)}$$

Aufgabe 2: (4+4 Punkte)

Für welche $x \in \mathbb{R}$ sind die folgenden Ausdrücke in \mathbb{R} definiert?

$$\text{a) } f(x) = \ln(x^4 + 2x^2 - 3), \qquad \text{b) } g(x) = \frac{1}{\arcsin(2x - 1)}$$

Aufgabe 3: (6+7 Punkte)

a) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \qquad f(x) = e^{\cos(2x)}.$$

Bestimmen Sie alle Nullstellen von f .

Ist f beschränkt? Wenn ja geben Sie den maximalen und den minimalen Wert von $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ an. Welche Argumente werden auf die höchsten bzw. niedrigsten Funktionswerte abgebildet?

Existiert $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$? Bitte begründen Sie Ihre Antwort!!

Hinweis : Für diese Aufgabe muss man fast nichts rechnen!! Denken Sie an den Verlauf der Exponential- bzw. Cosinusfunktion.

b) Gegeben sei

$$f(x) = \log_{10}((2-x)^2).$$

Ist f auf ganz \mathbb{R} definiert?

Sei D die maximale Definitionsmenge von f . Ist $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ injektiv und/oder surjektiv?

Ist f beschränkt? Wenn ja geben Sie den maximalen und den minimalen Wert von $f(x)$, $x \in D$ an.

Bestimmen Sie alle Nullstellen von f .

Hinweis : Auch hier muss man fast nichts rechnen!! Denken Sie an den Verlauf von Logarithmusfunktionen.

Aufgabe 4:

Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls die Grenzwerte. Alle auftretenden Folgen seien für $n \in \mathbb{N}$ definiert.

$$a_n := \left(\sqrt{n^4 + 8n^2 - 1} - (n^2 + 2) \right),$$

$$b_1 := 1, \quad b_{n+1} := \frac{1}{3} \sqrt{6b_n - 1},$$

$$c_n := \frac{\pi}{2n+1} \left(\frac{3n^3 + 5n}{n^2 + 2} - 5n \right).$$

Abgabetermine: 30.11 - 4.12.2015