Aufgabe 1:

a) Man untersuche die rekursiv definierte Folge $a_1 = 3\,,\ a_{n+1} = \dfrac{a_n}{2} + 1\,,\ n \in \mathbb{N}$ auf Konvergenz und bestimme ggf. den Grenzwert.

b) Man untersuche die Reihe $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{3^n}$ auf Konvergenz.

c) Für die Funktion f mit $f(x) = \begin{cases} ax + b\,, & x < 1 \\ \ln x\,, & 1 \leq x \end{cases}$

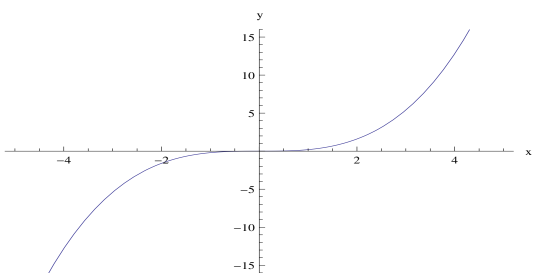
bestimme man $a, b \in \mathbb{R}$, sodass f in $x_0 = 1$ stetig differenzierbar wird und zeichne f.

Aufgabe 2:

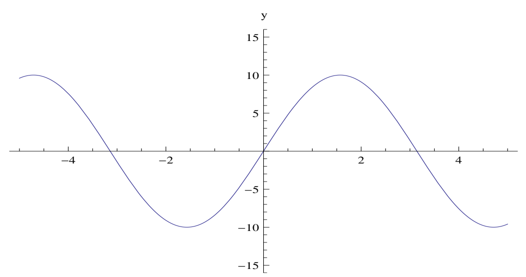
a) Man berechne den Grenzwert $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + 1}{x^2}$.

b) Man berechne das Taylor-Polynom vom Grad 2 für die durch $f(x) = x^2 \sin(2x)$ gegebene Funktion zum Entwicklungspunkt $x_0 = -\pi$.

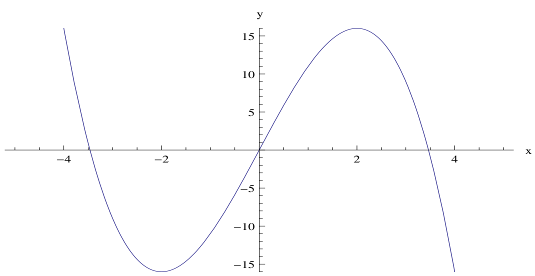
c) Nur die Ableitung $g'(x) = 3x^2 - 9$ ist von der reellwertigen Funktion g bekannt. Man gebe die Monotoniebereiche von g an und klassifiziere alle Extremwerte. Anschließend begründe man, welcher der unten angegebenen Funktionsgraphen g_i mit dem von g übereinstimmt.



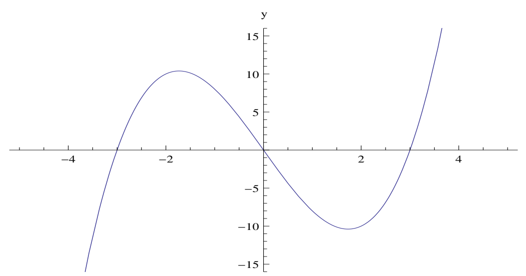
Funktion g_1



Funktion g_2



Funktion g_3



Funktion g_4