Aufgabe 1:

a) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte.

(i) $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2+4n+1} - \sqrt{n^2+n-2} \right),$

(ii) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(x^2)}{\cos(x)+2x^2-1}.$

b) Zeigen Sie, dass die Reihe

$$s := \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{k+3}{2^k\,(k+1)}.$$

konvergiert und geben Sie eine obere und eine untere Schranke für den Grenzwert s der Reihe an.

Aufgabe 2:

a) Bestimmen Sie die Parameter a und b so, dass die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$

$$f(x) := \begin{cases} (1+a)e^x & : \ x \le 0\,, \\ \cos(x) + b & : \ x > 0 \end{cases}$$

stetig differenzierbar wird.

b) Gegeben sei die Funktion

$$f:\ \mathbb{R}\to\mathbb{R} \qquad f(x) \ = \ (x^2+2x-1)e^{2x}\ .$$

(i) Bestimmen Sie alle Nullstellen von f.

(ii) Bestimmen Sie alle Extrema von f und klassifizieren Sie die Extrema.

(iii) Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades zu f mit dem Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.