

# Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

## Blatt 3

### Aufgabe 1:

- a) Zerlegen Sie folgende Polynome in lineare und gegebenenfalls quadratische Faktoren, und geben Sie alle reellen Nullstellen der Polynome an.

$$p_1(x) = x^8 - 13x^4 + 36, \quad p_2(x) = 10x^3 - 60x^2 + 110x - 60$$

$$p_3(x) = \left(\frac{x^2}{2} - 2\right)(2x^2 + 4x + 2)$$

- b) (Maximaler/natürlicher Definitionsbereich, 3+ 2 Punkte) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  sind die folgenden Ausdrücke definiert?

$$f(x) = \ln(x^4 + 2x^2 - 3), \quad g(x) = \frac{1}{\arcsin(2x - 1)}$$

**Aufgabe 2:** (Verkettung von Funktionen/Umkehrfunktion) Für welche  $x \in \mathbb{R}$  sind die folgenden Ausdrücke definiert? Für welche  $x \in \mathbb{R}$  gilt  $f_k(x) = x$ ?

a)	$f_1(x) = \sqrt{x^2}$	b)	$f_2(x) = (\sqrt{x})^2$
c)	$f_3(x) = \exp(\ln(x))$	d)	$f_4(x) = \ln(\exp(x))$
e)	$f_5(x) = \sin(\arcsin(x))$	f)	$f_6(x) = \arcsin(\sin(x))$

### Aufgabe 3:

- a) Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad f(x) = e^{\cos(2x)}.$$

Bestimmen Sie alle Nullstellen von  $f$ .

Welchen Bildbereich hat  $f$ ? Ist  $f$  beschränkt? Wenn ja geben Sie den maximalen und den minimalen Wert von  $f(x)$ ,  $x \in \mathbb{R}$  an. Welche Argumente werden auf die höchsten bzw. niedrigsten Funktionswerte abgebildet?

Existiert  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  ? Bitte begründen Sie Ihre Antwort!!

**Hinweis :** Für diese Aufgabe muss man fast nichts rechnen!! Denken Sie an den Verlauf der Exponential- bzw. Cosinusfunktion.

b) Gegeben sei

$$f(x) = \log_{10}((2-x)^2).$$

Ist  $f$  auf ganz  $\mathbb{R}$  definiert?

Sei  $D$  die maximale Definitionsmenge von  $f$ . Ist  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$  injektiv und/oder surjektiv?

Ist  $f$  beschränkt? Wenn ja geben Sie den maximalen und den minimalen Wert von  $f(x)$ ,  $x \in D$  an.

Bestimmen Sie alle Nullstellen von  $f$ .

#### Aufgabe 4:

Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen in dem jeweils angegebenen Punkten  $x_0$  einen linksseitigen und/oder einen rechtsseitigen Grenzwert haben. Welche Funktionen sind in  $x_0$  stetig?

a)

$$f(x) = \begin{cases} \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x_0 = 0 \end{cases}$$

b)

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{1-2x} & \text{für } x \neq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{für } x_0 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

c)

$$h(x) = \begin{cases} 2x + 1 & \text{für } x > 0 \\ 1 & \text{für } x_0 = 0 \\ 0 & \text{für } x < 0 \end{cases}$$

d)

$$l(x) = \begin{cases} x^3 \cos\left(\frac{1}{x^3}\right) & \text{für } x > 0 \\ x^2 & \text{für } x \leq 0 \end{cases} \quad \text{in } x_0 = 0$$

e)

$$k(x) = \begin{cases} \frac{x^2-3x+2}{x^2-4x+3} & \text{für } x \notin \{1, 3\} \\ \frac{1}{2} & \text{für } x \in \{1, 3\} \end{cases} \quad \text{in } x_0 = 1$$

**Abgabetermine:** 10.-14.12.2007 (zu Beginn der jeweiligen Übung)