Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg **WiSe 2007/08**
Prof. Dr. Michael Hinze
Dr. Hanna Peywand Kiani

Analysis I für Studierende der Ingenieurwissenschaften

Blatt 2

Aufgabe 1:

a) Zeigen Sie, dass die folgenden Reihen konvergieren und berechnen Sie deren Grenzwerte.

(i) $$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1} \cdot 2^n}{13^{n-1}} .$$

(ii) $$\sum_{k=3}^{\infty} \frac{1}{k^2 - 2k} .$$

b) Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

i) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n}{3n-1}$ ii) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3n-1}$

iii) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos(\frac{n\pi}{2})}{2^n}$ iv) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n^2+1}$ [beachten Sie Teil a)ii)]

Aufgabe 2: Untersuchen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{10}}$ b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\sqrt{n-1} - \sqrt{n}\right)^n$

c) $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \binom{n}{2} \frac{1}{(2n)!} .$ d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 2^n - 3}$

Aufgabe 3:

a) Zeigen Sie, dass die Reihe $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{(2n+1)(n+2)}$ konvergiert.

Sei s der Grenzwert der Reihe und s_k die Partialsumme

$$s_k := \sum_{n=0}^{k}(-1)^n\frac{n}{(2n+1)(n+2)}.$$

Geben Sie eine natürliche Zahl k an, so dass der Abbruchfehler $|s_k - s|$ kleiner als 0.01 wird.

b) Beweisen Sie die Konvergenz der Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{\cos(k\pi)}{\sqrt{k^2+1}}\right).$$

und geben Sie eine obere und eine untere Schranke für den Grenzwert der Reihe an.

Aufgabe 4: Welche der folgenden Funktionen sind gerade und welche sind ungerade?

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad f(x) = \frac{x^2-1}{2-\cos(2x)}$$

$$g : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad g(x) = x - \sin(x)$$

$$h : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad h(x) = \sin(x) - (x - \frac{\pi}{4})^3$$

$$k :]-1;1[\to \mathbb{R} \qquad k(x) = \frac{x \cdot g(x)}{f(x)}$$

$$l : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad l(x) = g(x)\,(f(x))^2 + x^3$$

Skizzieren Sie den Graphen von g für $x \in [-\frac{\pi}{2}\,,\,\frac{\pi}{2}]$.

Abgabetermine: 26.11-30.11.2007 (zu Beginn der jeweiligen Übung)