

**Analysis I**  
**für Studierende der Ingenieurwissenschaften**  
**Blatt 0 (Präsenzaufgaben)**

**Aufgabe 1:**

a) Schreiben Sie die links stehenden Ausdrücke als Summe bzw. Produkt.

(i)

$$9 + 11 + 13 + 15 + 17 + \dots = \sum_{k=4}^{\quad ?} \quad = \sum_{k=1}^{\quad ?}$$

(ii)

$$1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + 64 = \sum_{k=0}^{\quad ?} \quad = \sum_{k=1}^{\quad ?}$$

(iii)

$$\frac{2}{4} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{5}{7} \cdots \frac{21}{23} = \prod_{k=?}^{\quad ?}$$

b) Schreiben Sie die nachstehenden Summen in der vorgegebenen Form um.

$$(i) \quad \sum_{k=0}^{\infty} k(k+2) = \sum_{k=1}^{\quad ?} \quad (ii) \quad \sum_{k=3}^{52} (2k-5) = \sum_{k=1}^{\quad ?}$$

$$(iii) \quad \sum_{k=-\infty}^{-1} (-2)^{(-k-1)} z^k = \sum_{k=?}^{\quad ?} \frac{\quad ?}{z^k}$$

**Aufgabe 2:**

a) Für alle reellen Zahlen  $x, y$  und  $z$  gilt bekanntlich

$$(x < y) \iff x + z < y + z \quad \text{und} \quad |x| + |y| \geq |x + y|.$$

Seien nun  $a, b, c, d$  beliebige Zahlen aus  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Prüfen Sie die folgenden Aussagen auf ihre Richtigkeit.

$$(i) \quad a > b, c > d \iff ac > bd,$$

$$(ii) \quad a > b, c > d \implies a - d > b - c,$$

$$(iii) \quad a < b \iff \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$$

$$(iv) \quad |a| - |b| \leq |a - b|.$$

- b) Bestimmen Sie die Lösungsmenge der folgenden Ungleichung.

$$8x^3 - 2x^2 \leq 3x, \quad x \in \mathbb{R}.$$

### Aufgabe 3:

- a) Zu berechnen sei  $\sin(0.2)$ . Leider sind sämtliche elektronischen Geräte, die Ihnen bei der Berechnung behilflich sein könnten, ausgefallen. Sie erinnern sich aber, dass nahe Null

$$\sin(x) \approx x, \quad \cos(x) \approx 1$$

gilt. Genauer gilt

$$|x - \sin(x)| \leq \left| \frac{x^3}{6} \right|, \quad |1 - \cos(x)| \leq \left| \frac{x^2}{2} \right|.$$

Außerdem kennen Sie das Additionstheorem

$$\sin(2x) = 2 \sin(x) \cdot \cos(x)$$

Zeigen Sie mit Hilfe dieser Informationen, dass die folgenden Schranken für  $\sin(0.2)$  gelten

$$0.1985 < \sin(0.2) < 0.2005$$

- b) Sie modellieren eine physikalische Größe  $f(x)$  für  $x \in [0.2, 0.5]$  durch  $p(x)$ . Als Modellierer garantieren Sie Ihrem Auftraggeber, dass für den maximalen absoluten Modellierungsfehler folgende Abschätzung gilt.

$$|A(x)| := |f(x) - p(x)| \leq \left| \frac{x^3 + \frac{1}{2}x + \sin(x^2)}{1000 \left(x - \frac{1}{10}\right)^2} \right|$$

Der Auftraggeber behauptet, dass ihm das nicht gut genug sei, er könne nur einen maximalen Fehler von 0.15 tolerieren. Was halten Sie von dieser Aussage??

### Aufgabe 4:

Gegeben sei ein zylindrisches Rohr mit dem Innenradius  $r_1 = 10 \pm 0,1$  cm, dem Außenradius  $r_2 = 11 \pm 0,2$  cm und der Höhe  $h = 40 \pm 0,4$  cm. Der Zylinder sei aus einem Material der Dichte  $\rho = 5 \pm 0,1$  gr/cm<sup>3</sup> gefertigt. Geben Sie möglichst genaue obere und untere Schranken für die Masse des Zylinders an. Wenn Sie keinen Taschenrechner zur Hand haben, genügt die Angabe von Formeln, mit deren Hilfe man die Schranken berechnen kann.

**Bearbeitung:** während der Übungen vom 29.10 bis 2.11