

**Aufgabe 1:**

- a) Man berechne  $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 2n} - \sqrt{n^2 - n})$ .
- b) Man untersuche die Reihe  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{5^n \cdot 7^{n+2}}{36^{n+1}}$  auf Konvergenz und berechne gegebenenfalls den Grenzwert.
- c) Man berechne die Tangentengleichung zu  $f(x) = 3^{(x^2-8)}$  im Punkt  $x_0 = 3$ .
- d) Gegeben sei die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 + b & \text{für } x < 1, \\ \log(x) & \text{für } x \geq 1. \end{cases}$$

Man bestimme die reellen Konstanten  $a$  und  $b$  so, dass  $f$  auf  $\mathbb{R}$  differenzierbar wird und skizziere dann  $f$  im Intervall  $[0, \exp(1)]$ .

Dabei bezeichnet  $\exp$  die  $e$ -Funktion, d.h.  $\exp(x) = e^x$  und  $\log(x)$  die zugehörige Umkehrfunktion, also den natürlichen Logarithmus.

**Aufgabe 2:**

Man diskutiere die reellwertige Funktion

$$f(x) = \frac{11x - x^3}{x^2 - 9}.$$

Dazu untersuche man im Einzelnen:

- Definitionsbereich,
- Symmetrien,
- Pole,
- Verhalten im Unendlichen und Asymptoten,
- Nullstellen,
- lokale Extrema und Monotonie,
- Wendepunkte und Konvexität.
- Abschließend skizziere man den Graphen von  $f(x)$ .