

# Analysis I

## für Studierende der Ingenieurwissenschaften

### Blatt 1

**Aufgabe 1:**

a) Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstabeln die Gültigkeit folgender Äquivalenzen:

(i)

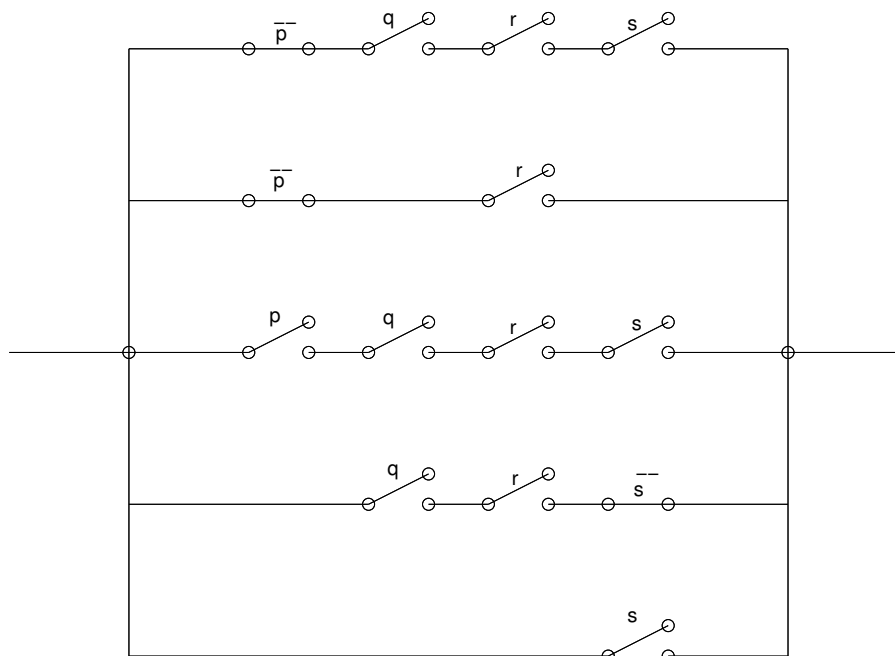
$$((A \vee B) \wedge \neg(B \vee C)) \iff (A \wedge \neg B \wedge \neg C)$$

(ii)

$$((A \wedge (B \vee C)) \iff ((A \wedge B) \vee (A \wedge C))$$

b) Das folgende Schaltbild mehrpoliger Schalter  $p, q, r$  und  $s$  kann durch die logischen Verknüpfungen

$$(\bar{p} \wedge q \wedge r \wedge s) \vee (\bar{p} \wedge r) \vee (p \wedge q \wedge r \wedge s) \vee (q \wedge r \wedge \bar{s}) \vee s$$



$\bar{\bar{s}}$  = nicht s

dargestellt werden. Hierbei entspricht eine Parallelschaltung von Schaltern (z. B. von  $q$  und  $r$ ) einer Oder-Verknüpfung von Aussagen (z. B.  $q \vee r$ ). Eine Serienschaltung entspricht einer Und-Verknüpfung und  $\bar{p}$  entspricht der Negation von  $p$ .

Vereinfachen Sie den oben angegebenen logischen Ausdruck und zeichnen Sie das dazugehörige einfachere Schaltbild.

### Aufgabe 2:

a) Seien  $x_0 \in \mathbb{R}$  und die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben. Verneinen Sie die Aussage

$$\forall \varepsilon > 0 \quad \exists \delta > 0, \text{ so dass für alle } x \in \mathbb{R} \text{ mit } |x - x_0| < \delta \text{ stets}$$

$$|f(x) - f(x_0)| < \varepsilon \text{ gilt .}$$

b) Beweisen Sie folgende Aussagen indirekt oder widerlegen Sie die Aussagen mit Hilfe eines Gegenbeispiels.

(i)  $\log_{10} 2 \notin \mathbb{Q}$ . (Hinweis: Eindeutigkeit der Primfaktorzerlegung)

(ii)  $(a \in \mathbb{Q}) \wedge (b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \implies a - b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .

(iii)  $(b \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \wedge (c \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \implies b + c \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .

### Aufgabe 3:

Für alle reellen Zahlen  $x, y$  und  $z$  gilt bekanntlich

$$(x < y) \iff x + z < y + z \quad \text{und} \quad |x| + |y| \geq |x + y|.$$

Seien nun  $a, b, c, d$  beliebige Zahlen aus  $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Prüfen Sie die folgenden Aussagen auf ihre Richtigkeit.

a)  $a > b, c > d \iff ac > bd$ ,

b)  $a > b, c > d \implies a - d > b - c$ ,

c)  $a < b \iff \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

d)  $|a| - |b| \leq |a - b|$ .

### Aufgabe 4:

Skizzieren Sie die folgenden Mengen.

$$M_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 1)^2 + (y + 1)^2 < 4\},$$

$$M_2 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (|x| + |y| < 2) \wedge (y > -1)\},$$

$$M_3 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \max\{|x|, |y|\} < 2\},$$

$$M_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x^2 + (y - 1)^2 < 9) \wedge (y > |x|)\},$$

$$M_5 = [0, 1] \times [0, 2] \times [-1, 0] \subset \mathbb{R}^3.$$

**Abgabetermine:** 14.11-17.11.2005 (zu Beginn der jeweiligen Übung)