

## M Mittelstufe

**Aufgabe 1.** Sechs Türme stehen auf einem  $6 \times 6$ - (Schach)Brett, so dass sich keine zwei von ihnen bedrohen (Türme greifen waagerecht oder senkrecht an). Jedes unbesetzte Feld ist nach der folgenden Regel gefärbt: Wenn alle Türme, die das Feld bedrohen, gleich weit von diesem Feld entfernt sind, wird das Feld rot gefärbt, anderenfalls blau. Ist es möglich, dass alle unbesetzten Felder gefärbt sind in

- (a) (1 P.) rot bzw.
- (b) (2 P.) blau?

**Aufgabe 2** (4 P.). Sei  $K$  ein Punkt auf der Hypotenuse  $AB$  des rechtwinkligen Dreiecks  $\triangle ABC$  und  $L$  ein Punkt auf der Seite  $AC$ , so dass  $|AK| = |AC|$  und  $|BK| = |LC|$  gilt. Sei  $M$  der Schnittpunkt der Strecken  $BL$  und  $CK$ . Beweise, dass das Dreieck  $\triangle CLM$  gleichschenkelig ist.

**Aufgabe 3.** In jeder Zelle eines  $4 \times 4$ -Quadrats steht eine ganze Zahl. Die Summe aller Zahlen in jeder Spalte und in jeder Zeile ist gleich. Sieben der Zahlen sind bekannt, die restlichen versteckt (siehe Abbildung). Ist es möglich eindeutig zu bestimmen

1	?	?	2
?	4	5	?
?	6	7	?
3	?	?	?

- (a) (2 P.) mindestens eine der versteckten Zahlen bzw.
- (b) (2 P.) mindestens zwei der versteckten Zahlen?

**Aufgabe 4** (4 P.). Drei natürliche Zahlen sind so beschaffen, dass jede von ihnen durch den größten gemeinsamen Teiler der anderen beiden teilbar ist und dass das kleinste gemeinsame Vielfache von je zweien durch die dritte Zahl teilbar ist. Müssen die drei Zahlen dann in jedem Fall gleich sein?

**Aufgabe 5** (5 P.). Dreißig Punkte sind in der Ebene markiert, so dass keine drei auf einer gemeinsamen Geraden liegen. Sieben rote Linien werden gezeichnet, so dass auf ihnen keine der markierten Punkte liegen. Ist es möglich, dass jede Verbindungsstrecke zweier markierter Punkte mindestens eine rote Gerade schneidet?

---

Alle Aussagen sind zu begründen! Bitte eine lesbare Reinschrift anfertigen! An Hilfsmitteln sind nur das ausgegebene Papier, Schreibgerät, Zirkel und Lineal zugelassen. Auf jedem Blatt sind der Name, Vorname und die Nummer der Aufgabe einzutragen. Gewertet werden höchstens drei Aufgaben.

Zeit: 5 Stunden.

Viel Erfolg!

