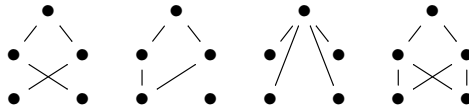




Präsenzaufgabe für die Übung am Mittwoch, 25. April 2018.

- (10) Betrachten Sie die folgenden vier Hasse-Diagramme und definieren Sie wie in der Vorlesung die Relation p liegt unterhalb von q durch “es gibt eine Verbindungslinie von p nach q und die y -Koordinate von p ist kleiner als die von q ”.



Überprüfen Sie, welche der vier so definierten Relationen reflexiv und welche transitiv sind.

Hausaufgaben zur Abgabe in der Übung am Mittwoch, 2. Mai 2018.

Falls (A, \leq) und (B, \leq') partielle Ordnungen sind und $\pi : A \rightarrow B$ eine Funktion ist, so sagen wir, daß π *ordnungserhaltend zwischen (A, \leq) und (B, \leq')* ist falls für alle $a, a' \in A$ gilt:

$$a \leq a' \text{ genau dann, wenn } \pi(a) \leq' \pi(a').$$

- (11) Es seien $Y \subseteq X$ Mengen und \leq eine partielle Ordnung auf X . In der Vorlesung hatten wir die *von \leq auf Y induzierte Ordnung* definiert durch $\leq_Y := \{(x, y); x, y \in Y \text{ und } x \leq y\}$.
Beweisen Sie: Falls $R \subseteq Y^2$ eine binäre Relation auf Y ist, so ist die Identität $\text{id} : Y \rightarrow X$ ordnungserhaltend zwischen (Y, R) und (X, \leq) genau dann, wenn $R = \leq_Y$.
- (12) Sei $X := \{a, b, c, d\}$ eine vierelementige Menge. Betrachten Sie die folgenden binären Relationen auf X :

$$R_1 := \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (b, b), (c, c), (d, d)\},$$

$$R_2 := \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (b, b), (b, c), (c, c), (d, d)\},$$

$$R_3 := \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (b, b), (c, a), (c, c), (d, d)\},$$

$$R_4 := \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (c, c), (d, c)\},$$

$$R_5 := \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (b, b), (b, c), (b, d), (c, c), (c, d), (d, d)\}.$$

Überprüfen Sie, welche dieser Relationen reflexiv, transitiv und/oder antisymmetrisch sind und geben Sie eine mathematische Begründung dafür.

Diejenigen Strukturen (X, R_i) , bei denen R_i reflexiv, transitiv und antisymmetrisch ist, sind partielle Ordnungen. Zeichnen Sie für diese Hasse-Diagramme mit möglichst wenigen Verbindungslinien.