



*Vorlesungswebseite:*

[https://www.math.uni-hamburg.de/spag/ml/Lehre/SS18\\_V\\_AS.html](https://www.math.uni-hamburg.de/spag/ml/Lehre/SS18_V_AS.html)

Hausaufgaben werden jeweils in der Übung am Mittwoch abgegeben.

**Hausaufgaben zur Abgabe in der Übung am Mittwoch, 4. Juli 2018.**

- (31) Sei  $X := \{a, b, c, d, e, f, g\}$  und definieren Sie zwei Operationen  $\wedge$  und  $\vee$  durch die folgenden Verknüpfungstabellen:

$\wedge$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	$\vee$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$
$a$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$g$	$a$	$a$	$a$	$a$	$a$	$a$	$a$	$a$
$b$	$b$	$b$	$d$	$c$	$e$	$f$	$g$	$b$	$a$	$b$	$b$	$b$	$b$	$b$	$b$
$c$	$c$	$d$	$c$	$d$	$g$	$f$	$e$	$c$	$a$	$b$	$c$	$c$	$c$	$c$	$c$
$d$	$d$	$c$	$d$	$d$	$g$	$f$	$e$	$d$	$a$	$b$	$c$	$d$	$d$	$d$	$d$
$e$	$e$	$e$	$g$	$g$	$e$	$g$	$f$	$e$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$e$	$e$
$f$	$f$	$f$	$f$	$f$	$g$	$g$	$g$	$f$	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$f$	$f$
$g$	$g$	$g$	$e$	$e$	$f$	$g$	$f$	$g$	$a$	$b$	$d$	$d$	$d$	$f$	$g$

Überprüfen Sie, ob die Gleichungen

- (a)  $x \wedge x = x$ ,
- (b)  $x \vee x = x$ ,
- (c)  $x \wedge y = y \wedge x$ , und
- (d)  $x \vee y = y \vee x$

in  $(X, \wedge, \vee)$  gelten. Folgern Sie daraus, daß  $(X, \wedge, \vee)$  keine Verbandsstruktur ist.

- (32) Sei  $Y := \{a, b, c\}$  und definieren Sie zwei Operationen  $\wedge$  und  $\vee$  durch die folgenden Verknüpfungstabellen:

$\wedge$	$a$	$b$	$c$	$\vee$	$a$	$b$	$c$
$a$	$a$	$b$	$c$	$a$	$a$	$a$	$a$
$b$	$b$	$b$	$b$	$b$	$a$	$b$	$a$
$c$	$c$	$b$	$c$	$c$	$a$	$a$	$c$

Ist  $(Y, \wedge, \vee)$  eine Verbandsstruktur? (Begründen Sie Ihre Antwort.)

- (33) Betrachten Sie den Verband  $(\mathbf{3}, \wedge, \vee)$  (also die lineare Ordnung mit drei Elementen) auf der Menge  $D := \{0, 1/2, 1\}$  (also:  $0 \wedge 0 = 0 \wedge 1/2 = 0 \wedge 1 = 0$ ,  $1/2 \wedge 1/2 = 1/2 \wedge 1 = 1/2$ ,  $1 \wedge 1 = 1$ ,  $1 \vee 0 = 1 \vee 1/2 = 1 \wedge 1 = 1$ ,  $1/2 \vee 1/2 = 1/2 \vee 0 = 1/2$  und  $0 \vee 0 = 0$ ) und definieren Sie eine einstellige Operation  $\neg$  durch

$\neg$		0
0		1
1/2		0
1		0.

Überprüfen Sie, ob die folgenden Gleichungen in der algebraischen Struktur  $(D, \wedge, \vee, \neg, 0, 1)$  gelten:

- (a)  $\neg\neg x = x$ ,
- (b)  $\neg x \vee x = 1$ ,
- (c)  $\neg x \wedge x = 0$ .