Mathematik & Zwilfe & lebte Vortering



11. Juli 2022

§9 Temperote Strumungen



Kelletat's Bach reconstruction (1966),

Kellner's Bach reconstruction (1975),

Barnes' Bach reconstruction (1979)

$$C^{0} = \begin{bmatrix} E^{-\frac{2}{3}\rho} & B^{-\frac{2}{6}\rho} & F \sharp^{-\frac{2}{6}\rho} & C \sharp^{-1\rho} & G \sharp^{-1\rho} \\ G^{0} & G^{-\frac{1}{6}\rho} & D^{-\frac{1}{3}\rho} & A^{-\frac{1}{2}\rho} & E^{-\frac{2}{3}\rho} \end{bmatrix}$$

Kelletat's Bach reconstruction (1966).

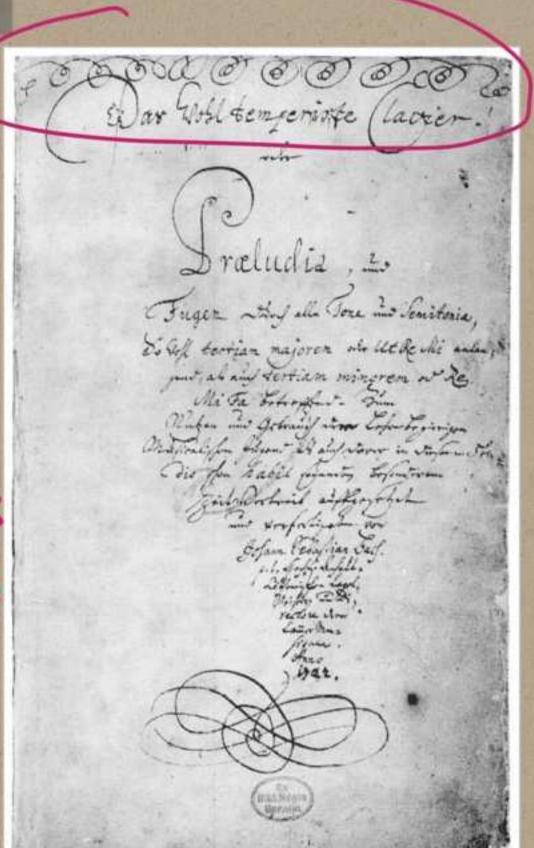
Kellner's Bach reconstruction (1975).

Barnes' Bach reconstruction (1979)



Que Presie:

Die Kningel auf den Titelblatt des WTK gebon die Stimmung au.



Öberblick über Strumungen Pythogoraische (\$7) Deme (\$8) B Temperiore (§9) C1. Mitteltswige C2. World temperiorte/ D. gleidweid sige veregelwäßig Mathematisque Gensoloften A. Pythogoraische Strumung

C° D° E° F° G° A° H° C° (1) Joder GTS 15t 9/8 = 8 GTS HTS
Jeder GTS 15t 28/35 = 256 = h Aber: $h^2 + 9$, Der Abskund ist das pyrhagonaireche Kounna $p = \frac{3^{12}}{2^{19}}$.

Die Quinden sand rech: 93.h=3 Die großen und blewer Terren End J. h. bein Dreiklang ist rein, abet alle Dreiklange thaben die gleise Shubbut: X-Y-Z of gh lou leiter. Alle Touleder shal stocktell identicle: Co-Do-Eo-Eo-Co-40-40-Co 994994 G°-A°-H°-C°-D°-E°- F#°-G° G-201 9 9 4 9 9 4 ENHARMONIE A#°+ #6°

Reme Strumong C° D° E- F° G° A-, H, C° [& real Fin C-Dur] Est om een syntomosche Komma vorningent, edge 80 15t Abstrand gs-1 Abstoud C.D. P. E. Abstrand his E'F° F° G° Abstand GOA-A-14-1 HTS sind gloodgood. Dreiblätige: C-Dr, F-Dr, G-Dr sind 1001.
Aber alle audoen sind wich webs red, 2.B hat D-Dr bears rede ande. wegen Do A-1.

D.h. dre vorgosekænen Tonoren blirgen gleid 6291. Dreiblängen. REINE TERZEN! Alle auderen ander. C° D° E' F° G° A' H' C° G-Dur: G° A-1 H-1 C° D° E-1 +#-1 G° 95" 9 No 9 95" Die vorgesekenen Touleiter GGF sud leadet viltersduiedlied, abor selv äkulid. Die audosen sud eeler untoschwedlich. (4) Eduarusuie A# -2 + +b+) Die Enhormonie et noch sollinanorals nowhol s3.5-1

(C) Mitteltiouse Sommong

Co D-1 E-1 F+4 G-4 A-4 + +4C0 @ GTS stud alle gleed good: HTS and & alle gleid groß h(45)5. Dreikläuge aller Touvrten glevel.

Also die Quiden sind wich webs
rein: C°ETG7 Jodoch die große Teie ist rein.

3 Jodoch die große Teie ist rein.

Touleiten also Touchen shoktomell
gleid end.

Jeweits grei, grei, his , grei

greit, grei, his , grei

greit, grei, his .

Eulomouie Jenanso soldienne voie bei des remon Simmong A# = + Hb+2 WOLFS INDEA-Also 53.p-1. VALL. (D) Wolltemperiest genoetle Grenslapten der mensten wodel-Tempenetten Etsumvigen: (4) GTS/HTS alle videschiedlish 2) Dreibläuge fast alle strukturell unterscheitedlich 3 Touleiter de outersaliedhal Dies soron for die vintos chiedlichen emothemelen lutes protation der Tousten. 4 Eulesmoure versolvindet 2.B. A# - P = Hb Also bounce was in allen Toursen spieleu.

THEMEN BEI DENEN - LOND WedgelNICHT BEHANDELT WORDEN:
NUR EIN (EXZENTRISCHES)

NUR EIN (EXZENTRISCHES) ZAHLREICHE THEMEN BEI DENEN SICH MATH.

Change ringing NICHT BEHANDECT LOORDEN:

From Wikipedia, the free encyclopedia



This article needs additional citations for verification. Please help improve this article by adding citations to reliable sources. Unsourced material may be challenged and removed.

Find sources: "Change ringing" - news - newspapers - books - scholar - JSTOR (May 2021) (Learn how and when to remove this template message)

Change ringing is the art of ringing a set of tuned bells in a tightly controlled manner to produce precise variations in their successive striking sequences, known as "changes". This can be by method ringing in which the ringers commit to memory the rules for generating each change, or by call changes, where the ringers are instructed how to generate each change by instructions from a conductor. This creates a form of bell music which cannot be discerned as a conventional melody. but is a series of mathematical sequences.

Change ringing originated following the invention of English full-circle tower bell ringing in the early 17th century, when bell ringers found that swinging a bell through a much larger arc than that required for swing-chiming gave control over the time between successive strikes of the clapper. Ordinarily a bell will swing through a small arc only at a set speed governed by its size and shape in the nature of a simple pendulum, but by swinging through a larger arc approaching a full circle, control of the strike interval can be exercised by the ringer. This culminated in the technique of full circle ringing, which enabled ringers to independently change the speeds of their individual bells accurately to combine in ringing different mathematical permutations, known as "changes".



Peal board commemorating the ringing of a peal of Bob Minor in 1910 at St Peter and St Paul Church, Chatteria. Cambridgeshire.

NICHT KLANCOP RELEVANT Alle Penuota-Spuen egot les you or au olune odosholiza 20

Blodeen Plain Bob Minimus

Example of call changes on eight bells

Shawing bells being called "down" towards the lead, via three well-known musical changes.

Row name	Row	Call	Strategy
Rounds	123456,78	- 7 to 5	
	12345768	- 2 to 4	
	12347568	- 7 to 3	Hunt 7, then 5, down:
	12374568	- 7 to 2	for according odds
	12734568	- 5 to 3	and descending evens at the back
	12735468	- 5 to 7	
Whittingtons	12753468	- 5 to 2	
	1257,3468	- 3 to 5	
	12537468	- 3 to 2	
	12357468	- 3 to 1	that 3,5,7, down:
	13257468	- 5 to 3	and evens
	13527468	- 7to 5	
Queens	13572468	- 5 to 1	
	15372468	- 2 to 3	
	15327468	- 2 to 5	Hunt 5, 2 and 6 down:
	15237468	- 6 to 7	- to intersperse light
	15237648	- 6 to 3	and heavy balls
	15236748	- 6 to 2	
Tittums	15263748	- 2 to 1	
	12563748	- 3 to 5	
	12536748	- 3 to 2	10000 2024 2014 F-0.
	12356748	- 4 to 6	to finish in rounds
	12356478	- 410.5	
	12354678	- 4 to 3	
Rounds	12345678	4100	
Direction of coiled bell		Each swapped pair is shaded	

PLAIN BOB SINGLES

S3 governort durche (12) und (23)

Überblick über die geseente Verlesvig

Erste Vorlesung: 4. April 2022. §1 Historische Zusammenhänge von Mathematik und Musik. Pythagoras und die Pythagoräer. Quellen zu Pythagoras. Verhältnisse der Saite und Wohlklänge (Oktave, Quinte, Quarte). Die septem artes liberales: Musik als eine der vier mathematischen Disziplinen im Quadrivium, Töne und Klänge. Frequenzspektrum. Klänge als Linearkombination von Tönen. Ziel: eindeutige Rekonstruierbarkeit des Frequenzspektrums aus der Summe der Funktionen. Überblick über den Vorlesungsplan. Vorlesungsnotizen.

Zweite Vorlesung: 11. April 2022. §2 Warum eigentlich Sinus? Sinus und Kosinus sind phasenverschoben. Der Vektorraum aller reellen Funktionen, Bemerkungen zur Dimension dieses Vektorraums. Unterräume: stetige Funktionen, differenzierbare Funkionen, glatte Funktionen. Sinus und Cosinus sind voneinander linear unabhängig, Additionstheoreme für Sinus und Cosinus (ohne Diskussion); Definition von Sinus und Kosinus als Taylorreihe. Der harmonische Oszillator (das Federpendel) und seine Differentialgleichung; Newtons zweites Gesetz. Sinus als Lösung. Differentialgleichungen und Anfangswertprobleme: Satz von Peano und Satz von Picard-Lindelöf, Lineare Differentialgleichungen erster Ordnung (homogen und inhomogen). Lösungen von linearen Differentialgleichungen bilden Untervektorräume. Allgemeine Lösung von linearen Differentialgleichungen erster Ordnung und Systeme von Anfangswertproblemen erster Ordnung. Linear homogene Systeme und ihre Lösungen: bilden einen Untervektorraum. Reduktion einer einfachen Differentialgleichung zweiter Ordnung in ein zweidimensionales System erster Ordnung. Lösung von linear homogenen Systemen erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten über das Matrixexponential. Vorlesungsnotizen.

Dritte Vorlesung: 25. April 2022. §2 Warum eigentlich Sinus? (Fortsetzung) Präzise Definition des Matrixexponentials. Matrixnorm. Submultiplikativität der Matrixnorm. Beweis der Konvergenz der das Matrixexponential definierenden Reihen. Theorem über die Lösungen von linearen homogenen Systemen erster Ordnung mit konstanten Koeffizienten (ohne Beweis). Anwendung auf die konkrete Differentialgleichung für das Federpendel: Berechnung der Potenzen der Matrix und Berechnung des Matrixexponentials. Sinus und Kosinus spannen den Lösungsraum auf. Linearkombinationen von Sinus und Kosinus sind phasenverschobene Sinusfunktionen.

§3 Schwebungen. Additionstheoreme angewandt auf zwei Sinusfunktionen, die um einen kleinen Faktor voneinander abweichen. Zwei verstimmte Saiten geben eine Sinusschwingung der Durchschnittsfrequenz, die um einen Kosinus moduliert ist. Schwebungen.

A listonisde Zusammenhäuge

A women such bleine genzzehlige

Votri Hruisse gut ??

B was blingt do gleiche Ton auf

veredwederen historianten under
schiedlich?

Wie orbennen wit den Zusammen
blang mohower Töne?

Teil ! ist mathematical represented TON: 84 (21182)
8 od die Frequenz Perode /p. KLANG: Beliebige 1/2-periodische Fruktier 8 ist die Gwudfrequeuz deeses \$2 Women everal will Situs? Fedopendel als physikalisches Modell: $\varphi'' = \alpha \varphi$ Zweidinausiaualas Sydem van breven 291. Estster Ordnorg: hourgeer, mit bour teurten Koeppi zienten. $(\overline{\varphi})' = A\overline{\varphi}$ Lösung Matrixexponential.

Additionstructure (alle ous Broustein)

Lording te Anwendung:

-
Zwei Tone doubt bei einander

Em (2778) Sm (276+E) v)

Janu entsteld our Sacongung mit

Toequeux 9+ E

modulier durch our Salwebung

mit Frequent E

mit Frequent E

Vierte Vorlesung: 2. Mai 2022. § 4 Die schwingende Saite Die Wellungleichung (ohne Herleitung). Spannkraft, mechanische Spannung, Dichte, lineare Dichte. Satz von d'Alembert (ohne Beweis). Folgerungen für den Fall der schwingenden Saite: die Lösung ist von der Form $\varphi(x,t)=f(x+ct)-f(ct-x)$ und ist 2t-periodisch. Verweis auf die Tatsache, daß wir eine gute Theorie periodischer Funktionen über die Fourier-Darstellungen haben (vgl. Vorlesung V). Bernoullis Lösung: Nachweis, daß dies eine Lösung der Wellengleichung ist; Mersennesche Formel für Frequenz und Saitenlänge. Beispiel: Klaviersaite mit vorgegebener Dichte und Spannung. Vorlesungsnotizen. (Der Nachweis der Mersenneschen Formel war in der Vorlesung verschoben worden und ist in den Notizen auf Seite 14 nachgeholt.)

Fünfte Vorlesung: 9. Mai 2022. §5 Theorie der Fodrierreihen. Trigonometrische Reihen: Beispiele für Konvergenz und Nichtkonvergen.
Fourierreihen und -koeffizierten. Abschlaßeigenschaften von Periodizität. Satz von Dirichlet: Existenz einer Fourierreihe und explizite
Berechnung der Fourierkoeffizierten. Gerade und ungerade Funktionen: Abschlußeigenschaften. Gerade Funktionen haben eine
Kosinusfourierreihe; ungerade Funktionen haben eines Sinusfourierreihe. Fourierspektrum einer periodischen Funktion. Der Grundton einer
periodischen Funktion, die Harmonischen und die Obertöne. Klänge. Einfache Fourierspektren. Können wir an einer Summe von Harmonischen
erkennen, wie sie zusammengesetzt ist: Beispiel einer endlichen Linearkombination von Harmonischen. Vorlesungsnotizen.
Zoom-Verknüpfung für Online-Teilnahme (Meeting ID: 842 5779 7611; Passcode: Fourier).

Sechste Vorlesung: 16. Mai 2022. §5 Theorie der Fourierreihen. Klangspektren verschiedener Instrumente des Orchesters. Die Quadratwelle (Approximation des Klangspektrums der Klarinette). Verstärkter Satz von Dirichlet: Fourierentwicklung für stückweise stetig differenzierbare Funktionen. Nourier-Koeffizienten der Quadratwelle. Übersteuerung an den Unstetigkeitsstellen: das Gibbs-Phänomen.

§6 Konsonanz Verhältnis der Obertonreihen von Grundtönen, die eine Oktave (reine Quinte) voneinander getrennt sind. Obertonreihen und kleine ganz Lahlige Verhältnisse der Grundschwingungen. Konsonanz von Klängen. Periodizität und rationales Verhältnis der Grundtöne. Konsonanz von Tönen: Verweis auf Psychoakustik und Musikkognition. Helmholtzsche Theorie der Tonempfindungen: Schwebungen,

Wellergleiderig Sate von D'Aloubert. => Die Lösong misseen periodisch tech. Bemoolli-Lo'sure Merseroresche torne 85. Foureranalysis Salz vou Dirichlet:

Appodem: wenn wit zwei Tone zusammebliegen laceon, so ergitet die Farmel for
dre 6m im setz von Dirichlet
ung wiedernen die vispungterheer
Tone

86 Kousonauz.

Zwei zusammen klingende Klänge haben isbolappendes Spekhrung golw das Verhältnis ihrer Ignudflegvensen vational ist.

Die 1560 lappung ist vierso größer, dests bedier die Zahlen Au Brich Shol.

2:1 Ostave

3:2 Quile

4:3 Queste

5-4 gt. Terz 6:5 & Terz

080

Siebte Vorlesung: 30. Mai 2022. §6 Konsonanz. Musikalische Illusionen: Shepard-Tonleiter.

§7 Die pythagoräische Tonleiter. Bezeichnungen für Intervalle: Oktave, Quinte, Quarte, große und kleine Terz, Sekunde. Berechnung der Faktoren für Intervalle mit Beispielen. Tritonus: Intervall mit Faktor $\sqrt{2}$. Aufteilung der Tonleiter in zwölf Halbtonschritte: gleichstufige Stimmung mit Faktor $\sqrt[3]{2}$; keine natürlichen Intervalle bis auf die Oktave tauchen in der gleichstufigen Tonleiter auf. Pythagoräische Stimmung und der Quintenzirkel. Solfeggio: Bezeichnungen und Definitionen der Tonstufen Do, Re, Mi, Fa, Sol, La, Ti; historische Bemerkungen zur Nomenklatur. Stimmung in Quinten berechnet alle zwölf Halbtöne, weil 7 ein additiver Generator der Gruppe \mathbb{Z}_{12} ist. Definition der Töne I: Quinte nach oben; Bezeichnungen erhöhter Töne durch Kreuz und Doppelkreuz. Berechnung von $G\left(\frac{3}{2}\right)$ und D $\left(\frac{9}{8}\right)$ in der pythagoräischen Tonleiter. Vorlesungsnotizen.

Zoom-Verknüpfung für Online-Teilnahme (Meeting ID: 874 4536 0244; Passcode: Tonleitern).

Achte Vorlesung: 13. Juni 2022. §7 Die pythagoräische Tonleiter (Fortsetzung). Grund-Tonbezeichnungen und Tonbezeichnungen. Verfahren zur Bestimmung von Tonbezeichnungen bei Quintenstimmung nach oben. Berechnung der Frequenzen von G, D, A, E, H und F‡ durch Quintenstimmung nach oben. Alle Frequenzen sind von der Form $\frac{y^n}{y^n}v$. Intervalle in der entstehenden Tonleiter: Ganztonschritte ($\frac{0}{8}$) und Halbtonschritte ($\frac{256}{243}$). Zwei Halbtonschritte sind kein Ganztonschritt. Vorhersage der Frequenz von F auf der Grundlage der Ganz- und Halbtonschritte. Quintenstimmung nach unten. Alle Frequenzen sind von der Form $\frac{25}{y^n}v$. Bestimmung der Frequenzen von F, Hb, Eb, Ab, Db und Gb. Feststellung, daß F‡ und Gb verschieden sind. Unendliche Quintenspirale. Abstand von F‡ und Gb: Pythagoräisches Komma ($\frac{3^{12}}{2^{10}}$). Enharmonie. Vorlesungsnotizen.

Zoom-Verknüpfung für Online-Teilnahme (Meeting ID: 813 0099 5535; Passcode: Quinten).

Neunte Vorlesung: 20. Juni 2022. §7 Die pythagoräische Tonleiter (Fortsetzung). Merksprüche für den Quintenzirkel. Das pythagoräische Komma als Differenz zwischen zwei Halbtonschritten und einem Ganztonschritt. Ellis' Cent-Notation: Beispiele; die pythagoräische Tonleiter in Cent. §8 Die reinen Stimmungen. Terzen kommen nicht in der pythagoräischen Tonleiter auf. Dreiklänge: Dur, Moll, vermindert, übermäßig. Reine Dur- und Moll-Dreiklänge. Die Basisterzstimmung: C-Dur-Dreiklang ist rein. Syntonisches Komma (Noten Stimmung hat keine reinen Dreiklänge außer C-Dur. Primärdreiklänge eines Grundtons: Tonika, Subdominante, Dominante. Reine Stimmung für einen Grundton. Die reine C-Stimmung. Vorüberlegung: was muß man tun, um auch eine reine G-Stimmung zu bekommen? Vorlesungsnotizen.

Zoom-Verknüpfung für Online-Teilnahme (Meeting ID: 863 7858 5052; Passcode: TRIADS).

Fragen wie

1. Wie ist die Strumong defoniert?

2. Welche mottementschen Genichter
het sie

a. GTS/HTS gleid ab vielerschiedlier

b. Dreiblerge rein/sland
rein
Strokhrell gleis aber wirt

c. Toubestorn (wie b.)

d. Qulesmoure.

Zehnte Vorlesung: 27. Juni 2022. §8 Die reinen Stimmungen (Fortsetzung). Kann eine Stimmung sowohl rein für C als auch rein für G sein? Schwach reine Dreiklänge und schwach reine Stimmungen, Eine Stimmung, welche rein für X ist, kann nicht rein für die Quinte über X sein. Die reine Stimmung: rein für C und schwach rein für G, D, A, E und H. Reinheit für F: das Problem der Enharmonie (Hb vs A\$). Fazit: reine Stimmungen sind stets nur für eine Tonart rein. Eitz-Notation: Verwendung, um Reinheit von Quinten und Terzen direkt zu erkennen. Vorlesungsnotizen.

Zoom-Verknüpfung für Online-Hören (Meeting ID: 823 0603 0752; Passcode: mittelton).

Eifte Vorlesung: 4. Juli 2022. §9 Temperierte Stimmungen. Halbkommas und Viertelkommas. Klassische mitteltönige Stimmung / Viertelkomma-Stimmung. Approximative Reinheit von Dreiklängen. In der Viertelkomma-Stimmung haben alle Dur-Dreiklänge die gleichen Verhältnisse. Enharmonie in der Viertelkomma-Stimmung: drei syntonische Kommas minus ein pythagoräisches Komma. Wolfsintervalle. Wohltemperierte (unregelmäßige) Stimmungen: Werckmeister III. Analyse der Dreiklänge C-Dur, G-Dur, D-Dur, F-Dur, H\{\text{\flat\\}-Dur und E\rangle-Dur in Werckmeister III. Fast alle Dreiklänge und alle Tonleitern haben unterschiedliche Verhältnisse: alle Tonarten haben ihren eigenen Charakter. Vorlesungsnotizen.

Zoom-Verknüpfung für Online-Hören (Meeting ID: 894 9861 6739; Passcode: 8-A-C-H).



Mathematik & Musik Sommersemester 2022 Prof. Dr. Benedikt Löwe Trainingsgelegenheiten

Die folgenden Aufgaben sind nicht als reguläre Hausaufgaben gedacht, sondern als Gelegenheit für die Nach- und Klausurvorbereitung. Die Aufgaben folgen dem Stoff der Vorlesung in chronologischer Reihenfolge. Es gibt keine Abgabe oder Korrektur.

> Versoenden Sie die Traningegelegenheiden – gelegenheiden –

evinge der Fragen sind typische Klausenfragen.

LLAUSUR Dieustag 26. Juli 13-15

Moutag 19. September 13-15

Open book (Koffer blausor)

Open book (Mortle

Juline: FDF-Datei out Moodle Hoodladen out Moodle

Klassor hat zwei Teile: Oteleten und Vostelieu. TEILI 6+6=12 Zoei Fragen, eine zon Analysisteil (\$2-6)
und eine zom Strumwygsteil (\$6-9) Jeweils mit goud vorsterduis komekt
beautworker. 4 for aurendande
Jeweils 6 Proble maximal: 5 for gute Bear
beaturg 6 for lawayage TEIL I France à luction wie Benda Training appleagealeaiten Vier-tragger: jeweils 3 Pkt.

4.3 = 12 Zoo'lf (12) trakte such averencheend une die Klowtor to bestelieu.

Leospiele for Kell I Forgen

ANALYSIS

Erklähen Sie den Beguiff einer Clweburg und erlächen Sie, wie der Zusammen Wang zweier Toine von 440 Hz und 445 Hz modelier wird.

[Falls su(211.440.2) + su(211.445.2)

AT 2 su(211.442\frac{1}{2}.2).cos(211.2\frac{1}{2}.2)

AT: $Shu+Shu=2Sh(\frac{u+v}{2})\cdot cos(\frac{u-v}{2})$

STIMMUNGEN

Cotelàteu Se deu Oprodentitel
und wawm et in de pythogovaischen Strumung eigenter?
eine Oprinterspirale ist.

la der pythogorischen Strouwing werden die Owinter mod oben dird Hertip Weather keit 3/2 o des 3/4 gestrement; due Quinter riccl unter durch fluttphileather next 2/8/ oder 4/3. Also: 22 mod ruten 3º mad oben Somit toeffen sid die Brigen wicht ENHARMONIE.

teospiele for klausuraihulidhe Asfgaben aus den TRAININGS & EZEBENHETTEN!

- (5) Ist (V, +) ein R-Vektorraum, so definieren wir die folgenden Operationen auf der Menge aller n-Tupel von Vektoren aus V: (v₁, ..., v_n) + (w₁, ..., w_n) := (v₁ + w₁, ..., v_n + w_n) und λ · (v₁, ..., v_n) := (λ · v₁, ..., λ · v_n). Zeigen Sie, daß Vⁿ mit diesen Operationen einen R-Vektorraum bildet. Wissen Sie, welche Dimension Vⁿ hat, wenn z.B. dim(V) = m?
- (14) Angenommen, ein Klavierstimmer hat von den drei Saiten für einen Kaung die mittlere auf 220 rlz gestimmt und die beiden anderen weichen jeweils um 2 Hz nach unten und oben ab (218 Hz und 222 Hz). Er hört eine Schwebung mit Frequenz 1 Hz, bei der sich jeweils ein lauter Ton und ein leiserer Ton der gleichen Frequenz abwechseln. (Wenn Sie sich dies nicht vorstellen können, erzeugen Sie den Ton mittels eines Tongenerators

mit drei Sinusschwingungen mit 218, 220 und 222 Hz.) Welche Frequenz hat der Ton? Erklären Sie die Frequenz und das Klangverhalten mathematisch unter Verwendung von (13).

[Hinweis. Verwenden Sie (13), um zu erkennen, daß der Klang eine Sinusschwingung ist, die durch die Funktion $4\cos^2(x) - 1$ moduliert ist. Betrachten Sie das Verhalten dieser Funktion und erklären Sie damit die Abfolge des lauten und leiseren Tons.]

- (39) Die pythagoräische Stimmung und die reine Stimmung haben unterschiedliche Frequenzen für die Töne E, A und H. Für jeden der drei Töne bestimmen Sie, welche Stimmung dem Ton eine höhere Frequenz gibt und bestimmen Sie die Differenz zwischen den beiden Stimmungen (erst als Zahlenverhältnis, dann in Cent und zuletzt als Vielfaches des syntonischen Kommas).
- (47) Überlegen Sie sich eine temperierte (unregelmäßige) Stimmung, bei der die große Terz, die Quarte und die Quinte zum Grundton rein sind, die beiden Halbtonschritte (E-F und H-C) gleich groß sind und die verbleibenden Töne jeweils die Abstände halbieren:

$$C^0$$
 D^7 E^{-1} F^0 G^0 A^7 H^7 C^0

Bestimmen Sie diese Stimmung in Eitz-Notation und rechnen Sie die numerischen Werte der Frequenzen aus. Stellen Sie fest, ob die Dreiklänge C-Dur, G-Dur und F-Dur rein, schwach rein oder approximativ rein in dieser Stimmung sind.

(17) (17) (19)