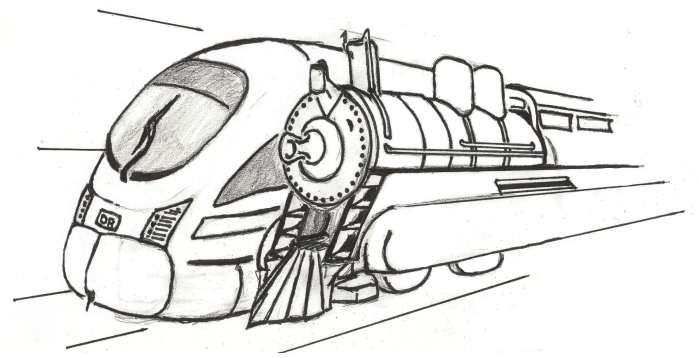
ROLLING STOCK ROSTERING - MATHEMATISCHE MODELLIERUNG UND LÖSUNGSANSÄTZE MITTELS HEURISTIKEN AM BEISPIEL DER DEUTSCHEN BAHN AG



Diplomarbeit bei Prof. Dr. M. Ulbrich

vorgelegt von Robindro Ullah
am Fachbereich Mathematik der Universität Hamburg

Die Arbeit wurde in Zusammenarbeit mit der DB AG erstellt
Betreuer vor Ort: Dr. Robert T. Firla

Frankfurt, 26. Juni 2005

Inhaltsverzeichnis

Vorwort **xi**

Einleitung **xiii**

1 Einführung **1**
1.1 Die Deutsche Bahn AG 1
1.2 Inhalt und Ziele der Fahrzeugdimensionierung 3
1.3 Charakterisierung des Grundproblems 4
1.4 Zwei konkurrierende Ziele 5

2 Modelle und Verfahren aus der Literatur **7**
2.1 Das ***Fleet Assignment Problem***– Modellierung und Lösungsmethoden 8
2.1.1 *Das Fleet Assignment Problem*– Erweiterungen für die Wartungs- und Personalplanung . . 10
2.1.2 Eine Weiterentwicklung des Modells von J. Abrara 11
2.2 *Rolling-Stock-Rostering* 12
2.3 Zusammenfassung und Quintessenz 13

3 Modellierung **15**
3.1 Einführung des Modells 15
3.1.1 Das Grundmodell in Anlehnung an das **FAP** Modell von J. Abara (*Connection Network*) 16
3.1.2 Das Grundmodell in Anlehnung an das **FAP** Modell von C.A. Hane et al. (*Time-Space Network*) 20
3.2 Integration eisenbahnspezifischer Besonderheiten 25
3.2.1 Modellierung von Wendezeiten 25
3.2.2 Modellierung des Koppelns durch Generierung einer Langzugzeitlinie und einer Kurzzugzeitlinie je Bahnhof . 28
3.2.3 Modellierung des Koppelns verschiedener und gleicher Zugtypen via Einbindung der Fahrzeugkombinationen . . 32

3.3 Das Hybrid- Netzwerk 39
3.3.1 Die benötigten Notationen, Funktionen, Mengendefinitionen und Variablen im Überblick 40
3.3.2 Formulierung des Hybriden Netzwerks als MIP 44
3.4 Fazit 47

4 Strategien zur Fahrzeugdimensionierung 49
4.1 Begriffliche Einführung in die Fahrzeugdimensionierung 49
4.2 Fahrzeugdimensionierung – Strategie I 51
4.3 Fahrzeugdimensionierung – Strategie II 52
4.4 Fahrzeugdimensionierung – Weitere Schritte und Ideen 55
4.4.1 Einführung einer differenzierteren Berechnung der Über-Pkm 56
4.4.2 Verteilung der zusätzlichen Kapazitäten auf die stärksten Fahrten 58
4.4.3 Probleme und Schwierigkeiten, die bei Anwendung der vorliegenden Strategie (Stärkung starker Fahrten) auftauchen 58
4.5 Das Potential weiterer Optimierungsbemühungen (Strategie III) . 60
4.5.1 Alternative Berechnungsverfahren der relevanten Pkm . . 61
4.5.2 Besondere Beachtung der Umläufe 63
4.6 Einführung eines Beispiels 65
4.6.1 Die Eingangsdaten des Beispiels 66
4.6.2 Berechnung des Beispiels mittels Strategie III 67
4.6.3 Neuzuweisung der Verstärkerleistungen 69
4.6.4 Berechnung des Beispiels mittels Strategie III a 70
4.6.5 Verifikation der Anzahl der verteilten zusätzlichen Züge je Linie 73
4.7 Weitere Entwicklungen in Bezug auf die neue Strategie der Umlaufverstärkung 74

5 Ergebnis ad- hoc Heuristik ⇒ *Umlauf - 2 Opt - Verfahren* 77
5.1 Auffinden zulässiger Tausche 77
5.2 Identifikation „guter“ Tausche 80
5.3 Ablauf der Heuristik und einzelne Iterationsschritte 83
5.3.1 Das Vorgehen des *Umlauf-2 Opt-Verfahrens* 85
5.3.2 Die einzelnen Teile des *Umlauf-2 Opt-Verfahrens* 85
5.4 Berechnung des Beispiels 86
5.4.1 Vorstellung der expliziten Veränderungen 86

5.4.2 Gesamtergebnis des kombinierten Verfahrens aus *Umlauf-2-Opt* und Strategie IIIa . . . 88
5.4.3 Gegenüberstellung des Fahrzeugbedarfs und der tatsächlich verteilten Fahrzeuge je Linie . . . 91
5.5 Fazit der bisherigen Untersuchungen . . . 91
5.6 Ausblick und Anregungen für die Weiterentwicklung des *Umlauf-2-Opt* Verfahrens . . . 92

6 Das Problem der Wartung **95**
6.1 Wartungsarbeiten der Deutschen Bahn AG an den ICE Baureihen . 96
6.2 Aufnahme der Wartungsarbeiten in das entwickelte Modell . . . 96
6.3 Erste Ansätze zur Berücksichtigung von Wartungen in unseren Modellen . . . 97
6.4 Berücksichtigung der Wartungen mittels Wartungskanten . . . 99
6.4.1 Reduzierung der Kanten und Knoten mittels Preprocessing 99
6.4.2 Einbindung der *langen* Wartung via Wartungskanten . . . 99
6.4.3 Einbindung der *kurzen* Wartung via Wartungskanten . . . 105

7 Test des IP1 (*Connection-Network*) am Beispiel 4.6 **111**
7.1 Das *Connection Network* formuliert in AMPL . . . 111
7.2 Eingangsdaten des Beispiels . . . 112
7.3 Die Zielfunktion und die zugehörigen Zielfunktionskoeffizienten . 112
7.4 Ergebnis des Zuordnungsproblems und Analyse . . . 113
7.5 Fazit . . . 114

8 Zusammenfassung und Ausblick **117**

9 Glossar **119**

Bibliography **121**

A Daten **125**
A.1 Modelldatei in AMPL . . . 125
A.2 Eingangsdaten für den Solver *FortMP* . . . 127
A.3 Initialumlauf . . . 136
A.4 Der Algorithmus in Pseudocode . . . 136

Abbildungsverzeichnis

3.1 Abbildung des *Connection Networks* 18
3.2 Abbildung des *Time-Space Networks* 23
3.3 Abbildung der Wendezeiten 27
3.4 Darstellung der Kopplung Variante 1 29
3.5 Darstellung der Klonkanten 34
3.6 Darstellung der Klonkanten im „Sonderfall“ 34
3.7 Darstellung des Hybrid Network 40

4.1 Beispiel der Nachteile des alten *Doppelzugfaktors* 53
4.2 Relevante Über-Pkm im Bezug auf die neue Doppelzugpauschale. 54
4.3 Gewichtete Über-Pkm 57
4.4 Fahrten mit isolierten Spitzen. 59
4.5 Beispiel einer durchgehend schwach ausgelasteten Fahrt. 60
4.6 Alternative Berechnung der Über-Pkm 61
4.7 Linearisierung der Alternativen Berechnungsmethode. 62
4.8 Linien des Beispiels 4.6 66
4.9 Betrachtung der durchschnittlichen Werte der Strategien III und IIIa 72
4.10 Betrachtung der Absoluten Werte der Strategien III und IIIa 72
4.11 Abbildung eines unausgeglichenen Umlaufes. 74
4.12 Beispiel für ungeschickte Umlaufgenerierung. 75

5.1 Beispiel für Tauschpaare 79
5.2 Beispiel für einen Doppeltausch 79
5.3 Beispiel für eine Umhängeaktion 80
5.4 Feststellung der Tauschgüte 1.Teil 81
5.5 Feststellung der Tauschgüte 2.Teil 83
5.6 Flussdiagramm des ***Umlauf-2-Opt-Verfahrens*** 84
5.7 Elemente der Tauschpaareliste 86
5.8 Vergleich der drei Verfahren bzgl. der durchschnittlichen Werte. . 90

5.9 Betrachtung der Absoluten Werte der Strategien III, IIIa und des *Umlauf-2-Opt-Verfahrens* 90
5.10 Erweiterung des *Umlauf-2-Opt-Verfahrens* 93

6.1 Abbildung der Wartungskanten 104
6.2 Abbildung des Postprocessing bei Wartungskanten 104
6.3 Darstellung von verlängernden Kanten zur Modellierung von kurzen Wartungen 105
6.4 Postprocessing bei der Reduktion von verlägernden Kanten 108

A.1 Initialumlauf des Beispiels 137
A.2 Initialumlauf des Beispiels 138

Tabellenverzeichnis

3.1 Liste der möglichen Fahrzeugkombinationen 35

4.1 Eingangsdaten des Beispiels. 67
4.2 Initialumlauf des Beispiels. 68
4.3 Erste Beispielrechnung mit der Methode der Stärkung starker Umläufe. 69
4.4 Zweite Beispielrechnung mit umlauflängenabhängiger Verteilung der Verstärker 71
4.5 Vergleich der Fahrzeugbedarfe je Linie mit der Anzahl der verteilten Verstärker je Linie. 73

5.1 Durchgeführte Tausche. 87
5.2 Berechnung des Beispiels mittels des vollständigen Verfahrens . . 89
5.3 Zweiter Vergleich der Fahrzeugbedarfe mit der Anzahl der verteilten Fahrzeuge. 91

7.1 Initialumlauf zuzüglich Verstärkern 114

Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als Diplomand bei der Deutschen Bahn AG. Ich möchte mich daher an dieser Stelle ganz herzlich bei meinen Betreuern Dr. Robert T. Firla, Alexander Diegel und Oliver Ziemek bedanken.

Insbesondere möchte ich aber auch meiner Schwester für Ihre Unterstützung während meiner Zeit in Frankfurt danken.

Hamburg, Mai 2006

Robindro Ullah

Einleitung

Problemstellung und Inhalt der vorliegenden Arbeit beschäftigen sich mit dem ***Rolling Stock Rostering*** (im Folgenden RSR). Das RSR bezieht sich auf Schienenverkehrsunternehmen und deren Planung bezüglich der einzusetzenden Anzahl an Fahrzeugen (Züge).

Auf einem gegebenen Fahrplan aufbauend ergibt sich unter anderem das Problem des Fahrzeugeinsatzes für Schienenverkehrsunternehmen. Als entscheidender Kostenfaktor ist das Wissen um die Anzahl der benötigten Züge unabdingbar. Ziel ist daher die Anzahl der Züge zu ermitteln, die notwendig sind, um das durch den Fahrplan gegebene Angebot an Fahrten realisieren zu können.

Hierbei kann unterschieden werden zwischen langfristiger und kurzfristiger Planung. Je weiter im Voraus geplant wird, desto mehr Bedeutung kommt der Minimierung der Anzahl der benötigten Fahrzeuge zu. Wechselt man in die kurzfristige Planung, so kann sich die Tendenz dahingehend verändern, die bereits vorhandenen Fahrzeuge optimal einzusetzen.

Unabhängig von dem betrachteten Planungszeitpunkt gilt es, Züge gegebenen Fahrten so zuzuordnen, dass verschiedene Bedingungen erfüllt werden. Solche Bedingungen können z.B. an Kapazitäten gerichtet sein oder aber an Haltezeiten an Bahnhöfen.

Das *Rolling Stock Rostering* Problem wird gelöst durch eine kapazitätsoptimale Zuordnung von Zügen zu Fahrten, die verschiedenen Bedingungen genügt. Im Verlauf der Arbeit sollen zwei Wege vorgestellt werden, wie eine solche Zuordnung erlangt werden kann.

Motivation

In heutiger Zeit ist nicht nur das Streben nach Gewinnen gefragt, sondern insbesondere auch das gleichzeitige Bemühen um kosteneffizientes Arbeiten. Kosten zu senken und zu vermeiden, gehört nahezu in allen Unternehmen zum Tagesgeschäft, Schienenverkehrsunternehmen sind hiervon nicht ausgenommen.

Für die Deutsche Bahn AG bedeutet dies, dass bzgl. ihres Angebots, des Fahr-

planes, viele verschiedene Faktoren beachtet werden müssen. Hier geht es um attraktive Zugverbindungen, günstige Fahrpreise und hohen Reisekomfort.

Seit der Öffnung des Schienennetzes stehen auf der Seite der Konkurrenz nicht nur andere Verkehrsträger, sondern auch zunehmend private Betreiber. Dem stetig wachsenden Wettbewerbsdruck muss daher mit der Offenlegung neuer Optimierungspotentiale und weiterer Möglichkeiten der Kostenreduktion begegnet werden.

Einen der Hauptkostenfaktoren eines Fahrplans stellt das für ihn einzusetzende Fahrzeugmaterial dar. Die Anzahl der Züge, die benötigt werden, um einen Fahrplan zu erfüllen, bestimmt seine Kosten in entscheidendem Maße mit. Diese Anzahl zu reduzieren oder die gegebenen Fahrzeuge bestmöglich einzusetzen, erscheint daher als vernünftiger Hebel zur Kostenreduktion.

Der derzeitige Stand basiert auf der Arbeit mit Durchschnittswerten. Die resultierenden Lösungen sind aus Sicht einer langfristigen Planung annehmbar. Bewegt man sich auf mittel- bis kurzfristiger Ebene mit zeitnaher Einschätzung entstehender Kosten, so ist der bislang gegebene Detaillierungsgrad nicht mehr ausreichend und lässt keinen Raum für weitere Optimierungsschritte.

Im Rahmen dieser Diplomarbeit wird dieses Problem von zwei Seiten angegangen. Auf der einen Seite wird eine ad-hoc Heuristik entwickelt und implementiert, deren Basis die bisher angewendeten Verfahren bilden. Auf der anderen Seite wird der Einsatz mathematischer Modelle überprüft. Das Problem wird stufenweise mit steigender Komplexität in mathematische Modelle übersetzt. Den Abschluss der Arbeit bilden Beispielrechnungen, in denen die Ansätze getestet werden.

Zielsetzung und Vorgehen

Hauptziel dieser Diplomarbeit ist es, einen adäquaten Ansatz und ein Verfahren zur Lösung von *RSR* Problemen bereitzustellen bzw. zu entwickeln. Dies beinhaltet zum einen den Nachweis des Optimierungspotentials und der effektiv entstehenden Lösungsverbesserung bei Einsatz der entwickelten ad-hoc Heuristik. Zum anderen ist die Formulierung eines mathematischen Modells, welches das Grundproblem erfasst und darüberhinhaus noch eisenbahnspezifische Besonderheiten berücksichtigt als gleichwertiges Ziel und Bestandteil der Arbeit anzusehen.

Die erwarteten Ergebnisse sind zum einen genauere Aussagen über die Anzahl der benötigten Fahrzeuge und zum anderen ein Verbesserung der Auslastung der eingesetzten Züge.

Das an die Einleitung anschließende Kapitel gibt zunächst einen kurzen Überblick über die Struktur der DB AG. Mit wenigen Worten soll ein Einblick in die Größe des Unternehmens gewährt werden. Auf dieser Basis aufbauend wird die

Thematik des *RSR* im Bezug auf die DB AG eingeführt. Verschiedene Begrifflichkeiten werden erläutert und die konkrete Problematik, die sich dem Unternehmen stellt, wird charakterisiert. Abschließend wird auf die Anforderungen der Anwender eingegangen.

Kapitel 2 beschäftigt sich mit den bislang in der Literatur vorzufindenden Lösungsansätzen. Hierbei wird Hauptaugenmerk auf vergleichbare Problemstellungen gelegt, wie dem ***Fleet Assignment Problem*** (FAP). Es wird gezeigt, dass nicht nur Schienenverkehrsunternehmen optimale Zuordnungen von Fahrzeugen zu gegebenen Fahrplänen ermitteln müssen, sondern auch die Luftfahrt von diesem Problem betroffen ist. Intensive Forschungsarbeit von Seiten der Luftfahrtindustrie ergab eine Fülle von Lösungsansätzen für das *FAP*, von denen eine Auswahl vorgestellt wird. Einige der Ansätze bilden die Basis für die in dieser Arbeit vorgestellten mathematischen Modelle.

Beginnend mit einer kurzen Einführung wird in Kapitel 3 Schritt für Schritt ein mathematisches Modell zur Lösung des *RSR* Problems entwickelt. Dieses Modell basiert auf Netzwerklösungen aus dem Fleet Assignment. Die eisenbahnspezifischen Besonderheiten werden im Verlauf des Kapitels in das Grundmodell integriert.

Kapitel 4 erarbeitet einen zum vorherigen Kapitel alternativen Lösungsansatz. Im Vordergrund steht hier die Weiterentwicklung heuristischer Verfahren. Nach einem Überblick über die bis dato erfolgte Entwicklung folgt im Wechsel eine theoretische und beispielhafte Vorstellung des Entwicklungsprozesses der neuen ad-hoc Heuristik.

Direkt daran anschließend wird in Kapitel 5 die resultierende Heuristik präsentiert. Zunächst theoretisch und anschließend anhand des bereits eingeführten Beispiels werden Idee und Vorgehensweise detailliert erläutert.

Als Erweiterung der mathematischen Modelle aus Kapitel 3 behandelt Kapitel 6 die zusätzliche Betrachtung von Wartungsarbeiten an Zügen. Die Betrachtungen sind als Ausblick zu verstehen bzw. als möglicher Lösungsansatz für das Wartungsproblem und dessen Integration in das *RSR*. Abschließend werden Modellmodifikationen diskutiert, die unter Umständen eine optimale Einbindung der Wartungsproblematik ermöglichen.

Das vorletzte Kapitel umfasst die Übersetzung eines der mathematischen Modelle in AMPL und die Lösung eines Beispiels mithilfe eines geeigneten Sol-

vers. Anschließend werden die Ergebnisse diskutiert. Hierbei beziehen sich die Ergebnisse allerdings nicht auf das finale Modell aus Kapitel 3, sondern auf eine der Vorstufen. Diese Einschränkung erfolgt, um eine gewisse Handhabbarkeit gewährleisten zu können und nicht den Rahmen dieser Arbeit zu sprengen.

Im Schlusskapitel werden die Vor- und Nachteile gegenübergestellt und eine Beurteilung erfolgt. Zudem wird zusammenfassend ein Überblick über die Ergebnisse und Schlüsse dargestellt. Schließlich werden mögliche Potentiale für weitere Optimierungsarbeiten dargelegt und Ausblick sowohl in Richtung des heuristischen Ansatzes als auch in Richtung der mathematischen Modelle gegeben.

Kapitel 1

Einführung
Die *Deutsche Bahn AG* und die Aufgaben der Fahrzeugdimensionierung

Dieses Kapitel gibt einen kurzen Einblick in die Unternehmensstruktur der Deutschen Bahn AG. Darüber hinaus werden die Positionierung des Unternehmens auf dem Markt und vor allem die zur Verfügung stehende Infrastruktur knapp umrissen. Im Anschluss wird auf die Begrifflichkeiten eingegangen, die im Zusammenhang mit Rolling Stock Rostering Problemen bei der Bahn verwendet werden. Zuletzt folgt eine Charakterisierung des Problems im Bezug auf einen konkreten Fall und eine Erläuterung der verschiedenen Ziele, die damit in Zusammenhang stehen.

1.1 Die Deutsche Bahn AG

Die Deutsche Bahn AG, im Nachfolgenden kurz DB AG, wurde 1994 in Frankfurt am Main gegründet. Die AG ging in Folge der Privatisierung aus dem Zusammenschluß der Deutschen Reichsbahn und der Deutschen Bahn hervor. 1999 erfolgte eine neue Aufteilung der Unternehmensstruktur in fünf unabhängige Geschäftsbereiche. Den resultierenden Gesellschaften wurden nachfolgende Bezeichnungen, Funktionen und Aufgaben zugeordnet:

- DB Personenverkehr GmbH
  Der Geschäftsbereich *Personenverkehr* beschäftigt sich vorwiegend mit dem Transport von Passagieren. Zu diesem Zwecke werden Züge und Busse beplant. Die Planung betrifft sowohl den Fernverkehr als auch den Regional-

und Stadtverkehr.

- Transport & Logistik (Railion)
  Transport & Logistik organisiert und plant den Güterverkehr auf Schienen. Das Tagesgeschäft von Railion umfasst 5.500 Züge mit einer jährlichen Transportleistung von 282 Mio Tonnen. Darüberhinaus werden die Transportmöglichkeiten über See- und Luftwege in die Planung mit einbezogen.

- DB Netz AG
  Der Geschäftsbereich *Fahrwege* koordiniert die Wartung und Instandhaltung des Schienennetzes. Die Infrastruktur umfasst derzeit ein Streckennetz von 35.000 km Länge. Neben diesen Aufgaben sind insbesondere noch die Trassenbetreibung und -vergabe sowie weitere damit verbundene Tätigkeiten in diesem Geschäftsbereich angesiedelt.

- Service/Dienstleistung
  Dieser Bereich hat alle bertriebseigenen Dienstleistungen der DB AG inne. Er ist eng verbunden mit dem Bereich Station (Personenbahnhöfe).

- DB Station & Service
  Station ist für die gewerbliche und betriebliche Nutzung der ca. 5.430 Bahnhöfe verantwortlich. Hierzu zählt unter anderem auch die kommerzielle Nutzung angrenzender Bereiche.

Die Bundesrepublik Deutschland ist Halter aller Aktien der DB AG. Gleichzeitig repräsentiert sie den Kopf der Unternehmensgruppe und hat daher die Aktiengewalt der fünf Geschäftsbereiche inne.

Gegenwärtig zählt die Unternehmensgruppe der DB AG zu den größten Konzernen Europas. Mit 240.000 Angestellten und einem Umsatz von 28,2 Mrd.€ nimmt das Unternehmen eine führende Position unter den europäischen Transportdienstleistern ein. Die Größe der Unternehmensgruppe rechtfertigt die weitere Unterteilung des Kerngeschäfts in 4 Untergruppen: *Personenverkehr*, *Transport & Logistik*, *Service & Station* und *Netz*. Die tatsächlichen Dimensionen der aufgeführten Bereiche lassen sich anhand verschiedener Daten besser verdeutlichen. So umfassen die Fahrzeugressourcen 5.500 Maschinen, 215 ICEs, 8.700 Busse, 10.800 Personenwagen und 109.000 Güterwaggons. Für den Unternehmensbereich *Personenverkehr* bedeutet dies eine verfügbare Kapazität von 1,4 Mio. Sitzplätzen.

Die derzeitige Infrastruktur beinhaltet ein Schienennetzwerk von 35.000 km Länge mit 5.430 Bahnhöfen. Zusätzlich zu den Bahnhöfen existieren weitere 5.600 Bahnkontrollzentren. Zudem befinden sich auf dem Netz 82.600 Weichen, 29.200 Brücken und 804 Tunnel.

Der Unternehmensbereich *Personenverkehr* lässt sich in weitere Geschäftsfelder untergliedern. Hierzu zählen, wie bereits erwähnt, der Fern-, der Regional- und der Stadtverkehr.

Zu den verschiedenen *Zugtypen* des Fernverkehrs zählen der InterCityExpress (ICE: ICE1, ICE2, ICE3, ICE3M, ICE T5, ICE T7, ICE TD), der InterCity (IC) und der EuroCity (EC). Weitere sogenannte Produkte des Fernverkehrs sind der Autozug und der Nachtzug. Angesichts der Dimensionen der Fahrzeugressourcen, die dem Fernverkehr zur Verfügung stehen, wird deutlich, welches Optimierungspotential in der effizienten Nutzung und einem optimalen Einsatz der Ressourcen verborgen liegt [22].

Das nachfolgende Projekt der **Fahrzeugdimensionierung** ist in der Abteilung *Angebotsmanagement* des Fernverkehrs (DB Fernverkehr AG) angesiedelt. Die Aufgaben und Verantwortungsbereiche des Angebotsmanagements sind die Planung und Zusammenstellung qualitativ hochwertiger, ökonomischer und kosteneffizienter Fahrpläne und Angebotskonzepte. [17]

1.2 Inhalt und Ziele der Fahrzeugdimensionierung

Das Hauptprodukt der DB Fernverkehr AG ist der Fahrplan. Dieser ist regelmäßigen Veränderungen unterworfen, die sich stets mit dem Hintergedanken der Optimierung im Hinblick auf ökonomische Prozesse aber auch mit der Anpassung an die ständig wechselnden realen Bedingungen befassen. Hierbei ist einer der Haupthebel bezüglich der Kosteneffektivität eines Fahrplans der Fahrzeugeinsatz. Die Anzahl der benötigten Fahrzeuge gibt klare Informationen über die durch diesen Fahrplan entstehenden Kosten.

Der Begriff der Fahrzeugdimensionierung steht in diesem Zusammenhang für die Zuordnung einzelner Züge zu expliziten Fahrten. Genauer gesagt, wird zu jeder Fahrt die für sie kapazitätsoptimale Fahrzeugkombination ermittelt und ihr zugewiesen. Die verschiedenen Fahrzeugkombinationen umfassen die bereits erwähnten Zugtypen und zusätzlich noch bestimmte Kombinationen aus selbigen. So ist z.B. der Zusammenschluss zweier ICE3 denkbar, um mehr Sitzplatzkapazitäten zur Verfügung stellen zu können.

Die Fahrzeugdimensionierung und die Fahrzeugumlaufplanung bilden die Grundlage der Fahrzeugbedarfsabschätzung. Diese wiederum ist entscheidend für die wirtschaftliche Bewertung eines Fahrplans.

Die genaue Dimensionierung von Traktionen (ICE) und Wagen (IC) liefert ein starkes Instrument zur Bewertung verschiedener Angebotskonzepte. Die Kosten eines Fahrplans im Bezug auf die Fahrzeuge können großen Schwankungen unterworfen sein. Bereits die Einsparung eines Fahrzeuges kann entscheidungsrelevan-

ten Einfluss auf die Güte des jeweiligen Angebotskonzeptes nehmen. Angesichts dieses Einflusses wird die Notwendigkeit einer genauen Fahrzeugdimensionierung deutlich. Auch das verborgene Optimierungspotential bleibt im Hinblick auf die Bedeutung eines einzelnen Fahrzeuges nicht unerkannt.

1.3 Charakterisierung des Grundproblems

Das Ausgangsproblem ist die kapazitätsoptimale Zuordnung der Zugflotte zu den Fahrten des betrachteten Fahrplans. Diese Formulierung ähnelt sehr dem *Fleet Assignment Problem* **(FAP)**, welches aus der Luftfahrt stammt. Ebenso wie dort wird auch hier die Zuordnung unter Einhaltung verschiedener Restriktionen durchgeführt. Die Bedingungen betreffen die Bahnhöfe, aber auch z.B. die Anzahl der verfügbaren Fahrzeuge. Im Folgenden beschränken wir uns auf die Betrachtung der ICEs (Triebzüge).

Um genauer die Problematik der Bahn verstehen zu können und den expliziten Unterschied zum FAP, müssen noch einige Begriffe geklärt werden. Im Kontext der Dimensionierung wird unterschieden zwischen *Kurzzügen* und *Langzügen*. Ein Kurzzug besteht aus genau einem Triebzug, wohingegen ein Langzug aus bis zu drei Triebzügen bestehen kann. Die Koppelung der Fahrzeuge kann nur zwischen Zügen gleichen Typs erfolgen. Auf die hiervon ausgenommenen Zugtypen wird in Kapitel 3 eingegangen.

Weiterere Begriffe sind die *Linie* und der *Umlauf*. Eine Linie ist ein fahrtrichtungsunabhängiger, gleisbezogener Weg, der eindeutig definiert ist durch Anfangs-, End- und Unterwegsbahnhöfe. Sie stellt eine Bündelung von Fahrten mit gleichem oder ähnlichem Ziel bzw. Start dar. Bei einem Umlauf handelt es sich um eine oder mehrere Leistungen (Fahrten), die von einem oder mehreren Fahrzeugen in einer festgelegten Reihenfolge gefahren werden sollen [17].

Mit diesen Begriffen können wir uns nun der konkreten Charakterisierung zuwenden.

Wir nehmen an, dass die durch den Fahrplan gegebenen Fahrten mit einem Minimum an Kapazität ausgestattet werden müssen, d.h. der Kurzzug wird in jedem Fall eingesetzt. Es reicht daher, wenn die Dimensionierung erst an dem Punkt einsetzt, an dem die Kapazitäten eines Kurzzuges nicht mehr ausreichen. Erst hier stellt sich die Frage, ob weitere Kapazitäten bereitgestellt werden sollen oder nicht.

Die Bereitstellung erfolgt in Form eines Langzuges. Bei der Vergabe dieser zusätzlichen Kapazitäten können verschiedene Ziele verfolgt werden. Grundsätzlich lassen sich zwei konkurrierende Sichtweisen lokalisieren, die im nachfolgenden Abschnitt genauer betrachtet werden.

Das vorliegende Problem befasst sich also mit der auslastungs- und kapazitätsoptimalen Zuweisung der Langzüge. Eine erweiterte Betrachtung kann eine Fahrzeugumlaufplanung mit einschließen. In letzterem Fall wären mit der Dimensionierung und der Umlaufplanung die Grundsteine für eine Fahrzeugbedarfsabschätzung gelegt.

Bei einer detaillierteren Betrachtung der Problemstellung tauchen weitere Fragen auf. Es ist zu klären, ob man auf Basis von Linien oder Fahrten operiert und worin die jeweiligen Vor- und Nachteile bestehen. Eine weitere Steigerung der Genauigkeit erfolgt durch die Betrachtung einzelner Abschnitte einer Fahrt. Je nach Qualität der Prognosedaten, lassen sich verschiedene Detaillierungsgrade realisieren. Die Qualität wiederum steht in direkter Abhängigkeit von dem betrachteten Planungszeitraum. In Kapitel 4 wird im Zuge der Erläuterung der bislang genutzen Verfahren auf diese Problematik näher eingegangen.

1.4 Zwei konkurrierende Ziele bei der Wahl des kapazitätsoptimalen Fahrzeugs

Wie die meisten kleinen aber auch großen Unternehmen heutzutage muss die DB AG ihre Ausgaben und Kosten überwachen und kontinuierlich reduzieren. Aus diesem Grund muss das Hauptprodukt der DB AG, der Fahrplan, kosteneffizient realisiert werden. Der Fahrplan repräsentiert die Produktpalette des Unternehmens, welche dem Kunden angeboten und in regelmäßigen Abständen angepasst wird. Infolgedessen müssen einige Bedingungen aus Sicht der Kunden beachtet werden, die sich unter Umständen als konkurrierend zu den Zielen des Unternehmens herausstellen. So müssen zum einen genügend direkte Zugverbindungen und ausreichende Sitzkapazitäten bereit gestellt werden, wohingegen zum anderen aus Sicht des Unternehmens eine Maximierung der Auslastung der Züge wünschenswert ist. Diese Ziele erweisen sich als konkurrierend.

Direkt im Zusammenhang mit der Sitzplatzkapazität steht die Anzahl der benötigten Fahrzeuge. Diese entscheidende Größe bildet die Basis für die wirtschaftliche Bewertung eines Fahrplans bzw. Angebotskonzeptes. Hier fließen Umlaufplanung, Fahrzeugdimensionierung und optimale Zuordnung unter Beachtung der Kapazitäten der einzelnen Fahrzeugkombinationen und den Besetzungen der Fahrten der verschiedenen Linien ein.

Gerade im Bereich der Fahrzeugflotte liegen Sparpotentiale vergraben. Im Jahr 2003 lag der Hauptfokus der Investitionsbemühungen des Geschäftsbereichs *Fernverkehr* auf der Zugflotte mit einer Investitionssumme von 309 Mio. € [20].

Aus Sicht des Unternehmens liegen hier klare Potentiale in der Minimierung

der Flottengröße bzw. in der optimalen Zuordnung der vorhandenen Züge. Gleichbedeutend mit dieser Aufgabenstellung ist die Maximierung der Auslastung jedes einzelnen Zuges. Darüberhinaus sollte weiterhin bedacht werden, dass neben der Dimensionierung auch dem Planen der Umläufe entsprechende Aufmerksamkeit geschenkt wird. Aus diesem Grund ist eine zeitgleiche Betrachtung von Umlaufplanung und Fahrzeugdimensionierung unabdingbar.

Diese Zielsetzung steht im Widerspruch zu den Bemühungen, eine möglichst hohe Kundenzufriedenheit zu erreichen. In diesem Zusammenhang ist eine hohe Kundenzufriedenheit bestimmt durch die Bereitstellung ausreichender Sitzplatzkapazitäten. Aus Sicht des Kunden sollte für jede Fahrt ein Fahrzeug mit ausreichender Sitzplatzkapazität bereitgestellt werden. Auf Grund begrenzter Ressourcen ist dies nicht immer möglich. Dennoch ist es bei der Minimierung der benötigten Fahrzeuge und der Maximierung der Auslastung der verfügbaren Fahrzeuge essentiell, die Maximierung der Kundenzufriedenheit durch Bereitstellung entsprechender Sitzplatzkapazitäten zu berücksichtigen.

Kapitel 2

Mathematische Modelle und Verfahren zur Lösung von *Fleet Assignment* und *Rolling Stock Rostering* Problemen

Das vorliegende Kapitel dient dem Zweck, bereits entwickelte Verfahren und Modelle bzgl. der FAP und RSR Problematik vorzustellen. Beginnend mit den ersten Ansätzen und Überlegungen von J. Abara [2] wird zunächst die Geschichte des FAP aufgegriffen. Nach der Darstellung, der Entwicklung und Erweiterung des FAP erfolgt eine Einführung in Lösungsansätze des RSR Problems und somit der Übergang zu Schienenverkehrsunternehmen.

Im Zusammenhang mit Transportgesellschaften und Verkehrsunternehmen treten häufig Probleme wie das FAP oder das RSR auf. Betroffene Unternehmen sind nicht nur solche, die auf Schienen und Straßen angewiesen sind, sondern auch im Bereich der Luftfahrt gehören Zuordnungsprobleme zum Tagesgeschäft. Letzterer Bereich konnte in der Vergangenheit im Vergleich zur Eisenbahnindustrie die größeren Fortschritte bzgl. effizienter Modelle und Verfahren verzeichnen [1].

Anfänglich gehörten Optimierungsmodelle als Lösungsansatz zu den Ausnahmeerscheinungen. Die Mehrzahl der Unternehmen griff auf Simulationen und Ad-hoc-Heuristiken zurück, um die auftretenden FAP/ RSR Probleme zu lösen. Die nur langsam fortschreitende Entwicklung von Optimierungsmodellen ermöglichte unter anderem Ad-hoc-Heuristiken, bis in jüngste Zeit zu überleben. Mittlerweile werden diese nach und nach durch Verfahren, basierend auf mathematischen Modellen, ersetzt. Diese Entwicklung wurde über die Jahre im besonderen Maße durch Fluggesellschaften geprägt und gefördert, was an der Fülle von Veröffentlichungen aus der Luftfahrt in diesem Bereich zu erkennen ist [1].

Thema fast aller Veröffentlichungen ist das **Fleet Assignment Problem** (**FAP**). Das hierzu existierende Eisenbahneräquivalent wird als **Rolling Stock Rostering Problem** (**RSR**) bezeichnet.

2.1 Das *Fleet Assignment Problem*– Modellierung und Lösungsmethoden

Als einer der Pioniere auf dem Gebiet des FAP gilt Jeph Abara [2]. Den Grundstock seines Modells für das FAP bildet ein ganzzahliges lineares Programm. Neben der Modellierung betrachtet Abara verschiedene Ziele bzw. Zielfunktionen. So führt er als mögliche Varianten die *Gewinnmaximierung*, die *Maximierung der Flugzeugtypauslastung* und die *Minimierung der Kosten* an. Teil seines Modells sind zudem fünf Gruppen von Nebenbedingungen. Vier der fünf Gruppen sind wesentlicher Bestandteil des Modells, wohingegen die fünfte optionalen Charakter besitzt. Die ersten beiden unentbehrlichen Bedingungen sind die Einschränkungen, dass jeder Flug nur genau einmal geflogen wird (*Flight Coverage*) und dass jeder Flug mit dem Flugzeugtypen endet, mit dem er auch begonnen wurde (*Continuity of Equipment*). Hinzu kommen noch zusätzlich die Flusserhaltungsbedingungen (*Schedule Balance*) und die Kapazitätsbedingungen (*Aircraft Count*). Die fünfte Gruppe von Bedingungen beinhaltet benutzerspezifische Restriktionen. Hierunter fallen, um nur ein Beispiel zu nennen, Einschränkungen bzgl. der Anzahl an Flugzeugen, die auf einem Flughafen über Nacht abgestellt werden können.

Nach Abara's Angaben wächst unter Umständen die Komplexität des Modells, wenn man dieses auf Flugpläne mittlerer Größe erweitert. Bei einem Flugplan mit 400 Flügen, 60 Flughäfen und 3 Flugzeugtypen wird bereits eine LP Matrix etwa von der Größenordnung $1{,}800 \times 6{,}300$ generiert. Die Ganzzahligkeit der Variablen stellt hier eines der Hauptprobleme dar.

Erste Testläufe ergaben ca. zwei Minuten Rechenzeit für Probleme mit zwei verschiedenen Flugzeugtypen. Die Rechenzeit stieg schon bei Verdoppelung der Flugzeugtypenanzahl exponentiell auf 60 Minuten an. Im Großen und Ganzen spricht Abara allerdings von Rechenzeiten zwischen 15 und 20 Minuten bei zwei bis drei verschiedenen Flugzeugtypen.

Im Jahr 1989 etwa zu der selben Zeit nahmen Mark Daskin und Nicholaos Panayotopoulos [3] sich des **FAP**s an. Ihr Modell basiert ebenso wie Abara's Überlegungen auf einem ganzzahligen linearen Programm. Allerdings begrenzen sie ihre Betrachtungen auf ein „Hub-and-Spoke"-Netzwerk. Die daraus resultierende Formulierung umfasst die Maximierung des Gewinns unter folgenden Bedingungen: jedem Flugabschnitt darf höchstens ein Flugzeug und jedem Flugzeug darf höchstens ein Flugabschnitt jeweils je Zeitintervall zugeordnet werden. Da-

skin und Panayotopoulos verwenden eine Lagrange Relaxierung, mit deren Hilfe sinnvolle Grenzen im Hinblick auf nachfolgende Heuristiken berechnet werden sollen. Die Relaxierung bezieht sich dabei auf die Letztere der beiden erwähnten Nebenbedingungen und ermöglicht eine Zuordnung mehrerer Flüge zu einem Flugzeug. Eine Heuristik wird eingesetzt, wenn mittels der Lagrange Relaxierung keine zulässige Lösung angegeben werden kann. Dieser Fall tritt nach Daskin und Panayotopoulos im Normallfall ein [3]. Ihr Algorithmus ist vergleichsweise trivial. Durch Relaxierung der zweiten Gruppe von Nebenbedingungen kann die Ursache einer auftretenden Unzulässigkeit leicht ausfindig gemacht werden. Denn ist die Lösung unzulässig, so werden einem Flugzeug mehrere Flugabschnitte zugewiesen, die zeitgleich verlaufen. Eine anschließende Heuristik, welche die unzulässige Lösung in eine primal zulässige transferieren soll, kann diese durch Neuzuweisungen bzw. Aufhebung der Zuweisungen erreichen.

Auf diese Weise erhält man gute Lösungen, solange die Anzahl der benötigten Flugzeuge nicht die Anzahl der verfügbaren übersteigt. Ist diese Voraussetzung erfüllt, so befindet sich die durchschnittliche Abweichung von Upper Bound und dem Wert der besten Lösung unter 4%. Überschreitet die Anzahl der benötigten Flugzeuge jedoch die Anzahl der verfügbaren Maschinen, liegt die durchschnittliche Abweichung in deutlich höheren Bereichen. In diesem Fall empfehlen die Autoren die Anwendung eines entsprechenden Branch and Bound Algorithmusses zur Verbesserung der Lösungsqualität.

Weitere Antworten bzgl. des **FAP** liefern Christopher A. Hane et al. [4]. Das Grundmodell, welches in diesem Artikel beschrieben wird, verwendet vier verschiedene Gruppen von Nebenbedingungen. Neben der Restriktion, dass jedem Flugabschnitt je Zeitintervall nur genau ein Flugzeug zugeordnet werden darf, müssen die einzelnen Knoten des Netzwerks Flusserhaltungsbedingungen genügen. Des weiteren führen die Autoren sogenannte *required throughs* ein. Diese beschreiben „One-Stop“ Verbindungen, die aus Marketing relevanten Überlegungen von ein und der selben Flotte bedient werden müssen. Die letzte Gruppe restringiert die Ressourcen. Denn es ist entscheidend, dass nicht mehr Flugzeuge verschiedenen Flugabschnitten zugeordnet werden, als insgesamt verfügbar sind.

Der Artikel legt seinen Schwerpunkt auf den Vergleich verschiedener Lösungsmethoden, deren Basis das relaxierte LP bildet. In diesem Zusammenhang werden das Innere-Punkte-Verfahren und der Dual-Steepest-Edge Simplex analysiert. Andere ergänzende Ideen wie Kostenperturbation, Modellaggregation oder die Fixierung einiger Variablen zur Verbesserung der Lösungsqualität des behandelten Modells werden begleitend diskutiert. Die auf diese Weise berechneten Lösungen dienen als Initiallösungen für einen modifizierten *Branch and Bound* Algorithmus. Die Modifizierung umfasst eine Priorisierung der Reihenfolge des

Branchings und zusätzliche, die Lösungsmengen unterteilende, Restriktionen.

Durch die Anwendung der erläuterten Ideen in Verbindung mit dem modifizierten *Branch and Bound* Algorithmus erzielen Christopher A. Hane et al. [4] Ergebnisse mit einer Optimalitätslücke von lediglich 0.02%. Dieses hervorragende Ergebnis wird zudem noch dadurch aufgewertet, dass die verwendeten Methoden deutlich schneller zu einem Ergebnis kommen als der herkömmliche Standard-*Branch and Bound*-Code.

2.1.1 *Das Fleet Assignment Problem–* Erweiterungen für die Wartungs- und Personalplanung

Nachdem eine Vielzahl von Artikeln zum Thema **FAP** erschienen waren, verschob sich der Fokus auf weiterführende Problemstellungen wie die Integration von Wartungen der Fahrzeuge und Personalplanung. 1996 behandelten L.W. Clarke et al. [5] diese erweiterte Problemstellung. In dem damals herausgegebenen Artikel werden Möglichkeiten vorgestellt, mit Hilfe derer diese erweiterte Fragestellung in das Basismodel integriert werden kann, ohne die Zulässigkeit zu beeinträchtigen.

Die Überlegungen bauen auf dem von C.A. Hane at al. (1995) [4] vorgestellten Modell auf. Ebenso folgen die Schritte zur Modellreduktion und besseren Handhabbarkeit diesem Vorbild. Erweiternd führen L.W. Clarke et al. [5] allerdings eine Differenzierung der Wartungen ein. In ihrem Artikel unterscheiden sie zwischen *kurzen* Wartungen und *langen* Wartungen. Den *langen* Wartungen begegnen die Autoren mit sogenannten *leapfrogs*. Diese Bezeichnung beschreibt Wartungskanten an den einzelnen Flughäfen. Da diese *leapfrogs* jedoch in Verbindung mit *kurzen* Wartungen zur Unzulässigkeit führen, wird eine komplexere Struktur ins Auge gefasst. Die Unzulässigkeit rührt daher, dass die Möglichkeit besteht, ein Flugzeug ungewollt mehrfach nacheinander zu warten. Eine komplexere Struktur sieht in diesem Fall vor, *abkürzende* Kanten einzuführen, die ankommende Flugzeuge direkt mit einer Wartungskante verbinden.

Bezüglich des Crew-Schedulings im Bereich der Luftfahrt ist die Crux die Vermeidung von *lonley overnights*. Der Begriff *lonely overnights* umschreibt Crew-Übernachtungen, die die Dauer von 11 Stunden aus betrieblichen Gründen überschreiten. L.W. Clarke et al. ziehen in ihrem Artikel verschiedene Lösungsansätze in Erwägung. So nennen sie *legal rest arcs*, *midday breakouts* und die Möglichkeit, die jeweilige Crew entweder via Flugzeug oder Bus zum nächsten Flughafen bzw. Einsatzort, an dem ihre Dienste benötigt werden, zu befördern, als Alternativen.

Auch der hier implementierte Lösungsalgorithmus findet seine Wurzeln bei C.A. Hane at al. (1995). Durch das Hinzufügen von Wartungskanten und Crew-Planung erhöhte sich die Komplexität des Problems. Dennoch wurde binnen

2-5 Stunden erfolgreich eine Lösung errechnet. Im Vergleich mit der relaxierten Problemformulierung des erweiterten Modells führte die Berücksichtigung von Wartungs- und Crew-Restriktionen zu einer deutlichen Gesamtverbesserung des Modells. Hierbei war die zusätzlich benötigte Rechenzeit angesichts der Verbesserung zu vernachlässigen.

2.1.2 Eine Weiterentwicklung des Modells von J. Abrara

Die bisher sehr ähnlich strukturierten Modelle wurden erneut von Rushmeier und Kontogiorgis [6] aufgegriffen. In Anlehnung an J. Abara (1989)[2] führen die Autoren *flight activity* und *sit activity* Kanten ein. Erstere repräsentieren Flugkanten, welche von einem bestimmten Flugzeug bedient werden, welches wiederum an den jeweiligen Flughäfen für nachfolgende Anschlussverbindungen verfügbar ist. Diese Flugkanten können gleichwohl dargestellt werden als geordnete Tripel bestehend aus Abflugort, Zielort und Uhrzeit. Analoges gilt für *sit activity* Kanten, die alle Flugzeuge am Boden umfassen, welche bereit sind, den jeweils nachfolgenden Flug zu bedienen.

Die Grundidee besteht darin, den Input als Aufgaben mit gegebenen Abfahrtszeiten und Zeitdauern zu interpretieren. Diese Aufgaben können dann nach bestimmten Regeln und Restriktionen zusammengefasst und gegliedert werden. Ziel ist es die Aufgaben in einer zulässigen Reihenfolge anzuordnen, in der jede Aufgabe genau einmal bedient bzw. gelöst wird. Auch das Konzept der Inselbildung von Hane et al.(1995)[4] erfährt eine Wiedergeburt in diesem Kontext. Allerdings geschehen die Betrachtungen der Inseln von Rushmeier und Kontogiorgis [6] auf einer allgemeineren Ebene als *Connecting Complexes*. Innerhalb der neuen *Activity*-Formulierung kann jede einzelne Aktivität mit einem entsprechenden Koeffizienten in Verbindung gebracht werden. Dieser kann unter anderem Belohnungs- oder aber auch Strafterme repräsentieren. An dieser Stelle bietet sich auch die Möglichkeit an, Wartungsanforderungen und Personalnebenbedingungen in das Modell mit einfließen zu lassen. Dies muss nicht unbedingt in Form von Gleichungen und Ungleichungen geschehen, sondern ist durchaus auch als Strafterm in die Formulierung einbettbar.

Alle Testläufe führen die Autoren mit CPLEX 3.0 durch. Bereits nach einer Stunde reiner Rechenzeit sind erste zulässige Zuordnungen gefunden, die den Anforderungen der Realität genügen.

2.2 *Rolling-Stock-Rostering* - Die parallele Entwicklung der Eisenbahnunternehmen im Bezug auf die zum FAP analoge Problemstellung

Im Gegensatz zur Luftfahrtindustrie unterschätzte die Eisenbahnindustrie die Bedeutung der Fahrzeugbedarfsabschätzung. Erste Ansätze und Überlegungen kamen zwar bereits 1957 durch A. Charnes und M.H. Miller [12] ins Rollen, doch der Fortschritt entwickelte sich nur sehr langsam mit dem Fokus auf dem Güterverkehr. Ihr Artikel betrachtete daher noch keine Problemstellungen bezüglich der Personenbeförderung. Dennoch sind erste Ansätze zu erkennen, die sich auf die Personenbeförderung übertragen lassen. Nichtsdestotrotz sind viele der damaligen Anforderungen längst überholt, weswegen die Auflistung dieses Papers als fragwürdig gilt. Der Vollständigkeit halber seien die Überlegungen, die in enger Verbindung mit Personalumläufen stehen, dennoch hier aufgeführt. Die enge Verbindung zu dem Problem der Personalumläufe lässt die Nebenbedingungen in einem Licht erscheinen, welches im ersten Augenblick nicht an das Problem der Zuordnung von Zügen und Wagons entsprechend einer Nachfrage erinnert.

Die Formulierung erfolgt als LP, welches mittels eines Simplexalgorithmus gelöst wird. Zu der damaligen Zeit waren die Rechnerkapazitäten sehr begrenzt, so dass die Problemstellungen und die Forschung sich nur in einem sehr eng abgesteckten Gebiet bewegen konnten.

Weitere sehr interessante Überlegungen bezüglich der Entwicklung neuer Modelle bringen M. Florian, G. Bushell, J. Ferland, G. Guérin und L. Nastansky [7] hervor. Obwohl die dort beschriebene Problemstellung von der in dieser Arbeit behandelten abweicht, sind gewisse Gemeinsamkeiten erkennbar. Aufgabe ist es verschiedene Loktypen Zügen zuzuweisen unter Beachtung bestimmter Anforderungen. Unterschieden wird hierbei zwischen kurzfristigen und langfristigen Zielen. Aus kurzfristiger Sicht ist eine optimale Zuordnung der verfügbaren Loks erstrebenswert. Langfristig gesehen kommt bei Neuanschaffung diverser Loktypen zusätzlich die Aufgabe hinzu, diese so auszuwählen, dass sie entsprechend den Zügen bereits einen optimalen Mix an Leistungskraft bereitstellen.

Das Problem wird als gemischt ganzzahliges Programm (**MIP**) formuliert. Basis dieser Formulierung ist das *Time-Space Network*. Als Ziel wird die Minimierung der Betriebskosten der Loks angegeben. Neben den Standardrestriktionen wie den Flusserhaltungsbedingungen werden diesem Modell weitere Nebenbedingungen angehängt, die unter anderem die Maschinenleistung mit einbeziehen. So werden Leerfahrten vermieden durch Zulassen der Zuordnung von Loks mit hoher Maschinenleistung zu Zügen, die diese Leistung nicht unbedingt benötigen. Dennoch sind die Flusserhaltung und die Generierung glatter Umläufe problembehaf-

tete Themen.

Zur Lösung des **MIP** verwenden die Autoren die Dekompositionsmethode von Benders [7]. Diese Methode eignet sich im Grunde nicht zur Lösung großer IP´s. Vermeintlichen Schwierigkeiten geht man allerdings durch eine Transformation des Problems in eine Formulierung, ähnlich der Dantzig-Wolfe-Dekomposition, aus dem Weg.

Da die Anwendbarkeit der LP-Subroutine bei größeren ganzzahligen Problemen nicht gesichert ist, wurde im nächsten Schritt MPSX (Mathematical Programming System Extended) eingesetzt. Hierbei wurde beobachtet, dass der Lower Bound sich rapide verbesserte, wohingegen der Upper Bound sich völlig unberechenbar verhielt.

Die Untersuchung ergab, dass der entwickelte Algorithmus Probleme mittlerer Größe zufriedenstellend bearbeiten konnte, jedoch keine brauchbaren Ergebnisse für größere Probleme liefern konnte.

2.3 Zusammenfassung und Quintessenz

Insgesamt gibt uns die ungeheure Fülle der erschienenen Artikel eine ungefähre Vorstellung von der Bedeutung der genauen Fahrzeugbedarfsabschätzung. Man erkannte das Potential erst im Laufe der Zeit. Bedauerlicherweise decken die vorgestellten Artikel lediglich einen kleinen Teil der Spannweite des behandelten Themas ab. Dennoch geben sie einen Überblick über die verschiedenen Ansätze und Optimierungsmodelle, die bislang zur Lösung von FAP und RSR Problemen in Luftfahrt- und Eisenbahnunternehmen entwickelt wurden.

Die eingangs betrachteten Probleme konnten mittels linearer Programmierung und Netzwerkoptimierung gelöst werden. Mit der Zeit wurden die Anforderungen komplexer und man ging über zur ganzzahligen Programmierung. Diese benötigte schon bald anspruchsvollere mathematische Modelle. Zeitgleich wurden auch Meta-Heuristiken entwickelt, welche sich als sehr effektiv erwiesen in Verbindung mit Problembeispielen aus dem Bereich der *Diskreten Optimierung*.

Trotz fortlaufender Entwicklungsarbeit überlebten die sogenannten **ad-hoc Heuristiken**. Ihr Überleben wurde durch überproportionale Rechenzeiten bei der Berechnung optimaler Lösungen garantiert. Aus diesem Grund wird im Zuge dieser Arbeit eine ad-hoc Heuristik entwickelt und einer **Time-Space / Connection-network** Lösung gegenübergestellt. Im Hinblick auf Größe und Komplexität der vorliegenden Problemstellung kann eine ad-hoc Heuristik unter Umständen schneller gute aber suboptimale Lösungen liefern.

Darüberhinaus liefern die vorgestellten Artikel hilfreiche Anregungen bzgl. bislang ungelöster Problemstellungen wie der Einbindung von Wartungskanten.

Kapitel 3

Formulierung des RSR Problems als gemischt ganzzahliges Lineares Programm

Das vorliegende Kapitel baut auf mathematischen Modellen auf. Die Möglichkeit Grenzen und Restriktionen von Fahrplänen oder anderen Problemstellungen in mathematischen Ausdrücken zu erfassen, bietet einen akzeptablen Weg zur Lösungsfindung. Kombiniert mit einer geeigneten Zielfunktion zeichnen sich die verschiedenen Modellierungsansätze als sehr realitätsnah aus.

Die nachstehende Modellierung erfolgt unter Zuhilfenahme von Netzwerkflüssen. Netzwerkflussprobleme treten im Allgemeinen in den verschiedensten Varianten auf. So können z.B. Abwasser- , Kommunikations- oder Transportsysteme als Netzwerke dargestellt werden. Im vorliegenden Fall wird das Routen von Gütern durch ein Netzwerk betrachtet. Bei den Gütern handelt es sich um Züge, die zu möglichst minimalen Kosten bzw. maximalem Profit durch ein Netzwerk geschleusst werden müssen. Die Knoten des Netzes sind die Bahnhöfe und die Kanten die verschiedenen Verbindungen (Schienen) zwischen den Bahnhöfen.

Am Anfang des Kapitels steht eine kurze Einführung in die Problemstellung. Anschließend gehen wir über zu der Modellierung der Problemstellung mithilfe verschiedener Modellansätze. Vorgestellt werden zwei verschiedene Ansätze der Netzwerkflusstheorie, gefolgt von einem kombinierten Ansatz, welcher den Schluss des Kapitels bildet.

3.1 Einführung des Modells

Grundlage unserer Modellierung ist der Fahrplan der Deutschen Bahn AG. Modelliert werden die besonderen Gegebenheiten dieses Unternehmens und die verschie-

denen Problematiken, die bei Zuordnungsproblemen in Verbindung mit Schienenfahrzeugen auftauchen können. Beginnend mit der Modellierung der tatsächlichen Basisproblematik, nämlich der Zuordnung verschiedener Züge zu Fahrten, wird im Anschluss genauer auf die Eigenarten von Schienenfahrzeugen und unternehmensspezifische Probleme eingegangen. Das Basisproblem wird zunächst mit zwei verschiedenen Ansätzen betrachtet. Diese aus der *Fleet Assignment Problem* **(FAP)** Thematik stammenden Ideen werden jeweils nur zur Modellierung des Grundproblems verwendet. Die Besonderheiten der Bahn werden erst im Anschluss vorgestellt und chronologisch in die Ansätze eingebaut. Anschließend werden die entwickelten Ideen in ein **hybrides Netzwerk** [18] bestehend aus *Connection Network* und *Time-Space Network* integriert.

Ausgehend von einem Fahrplan nehmen wir grundsätzlich an, dass folgende Daten bekannt sind:

- Menge von Fahrten beschrieben durch Abfahrts- und Ankunftszeit, sowie Abfahrts- und Ankunftsort
- Gewinn bzw. Kosten je Fahrt in Abhängigkeit von Besetzung und Fahrzeugkombination

Zusätzlich werden noch folgende Daten benötigt:

- Anzahl der verfügbaren Fahrzeuge
- Anzahl der Fahrzeugkombination und deren Austauschbarkeit
- Bahnhofsspezifische Daten, wie z.B. Wendezeiten

3.1.1 Das Grundmodell in Anlehnung an das FAP Modell von J. Abara (*Connection Network*)

Die Eingangsdaten sind gegeben durch den jeweiligen Fahrplan analog zum **FAP**[18]. Im Folgenden werden Indizes und eingehende Daten definiert und beschrieben.

$\mathcal{Z}$	Menge aller verfügbaren Zugtypen (z.B. ICE 1, ICE 2, ...)
z	Index der Zugtypen
$\mathcal{T}_z$	Anzahl der Züge je Typ $z \in \mathcal{Z}$
$\mathcal{F}$	Menge aller Fahrten des Fahrplans
f	Index der Fahrten
$\mathcal{Z}_f$	Menge der Zugtypen, die für Fahrt $f \in \mathcal{F}$ zulässig sind; $\mathcal{Z}_f \subseteq \mathcal{Z}$
$\mathcal{B}$	Menge aller Start- und Endbahnhöfe des aktuellen Fahrplans
b	Index der Bahnhöfe
$p_{f,z}$	Wert je Fahrt $f \in \mathcal{F}$, wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird
b_f^{ab}	Abfahrtsbahnhof der Fahrt $f \in \mathcal{F}$, $b \in \mathcal{B}$
b_f^{an}	Ankunftsbahnhof der Fahrt $f \in \mathcal{F}$, $b \in \mathcal{B}$
$t_{f,z}^{ab}$	Abfahrtzeit der Fahrt $f \in \mathcal{F}$, wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird
$t_{f,z}^{an}$	Ankunftzeit der Fahrt $f \in \mathcal{F}$, wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird

Diesen eingehenden Daten wird im **FAP** in [18] noch eine Funktion angefügt, welche die *Connection Dependent Ground Time* in Abhängigkeit von Verbindung und Flughafen angibt. Hieraus ergibt sich der Unterschied zum klassischen **FAP**, welches bislang keine verbindungsabhängigen Wendezeiten berücksichtigte. Im Zusammenhang mit der Bahn erweisen sich verbindungsabhängige Wendezeiten als komplexer. Hier muss unterschieden werden zwischen der kurzen Bahnsteigwende und der langen (bahnsteigfernen) Wende. Wir werden auf diese Problematik im Kapitel 3.2.1 näher eingehen.

Vereinfachend gehen wir daher davon aus, dass die Menge der gültigen Nachfolger $\mathcal{N}_{f,z}$ von Fahrt $f \in \mathcal{F}$ gefahren mit Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$, all die Fahrten $l \in \mathcal{F}$ beinhaltet, die zeitlich nach der Fahrt f liegen. Wir definieren:

$$\mathcal{N}_{f,z} := \left\{ l \in \mathcal{F} | z \in \mathcal{Z}_l,\ b_f^{an} = b_l^{ab},\ t_{l,z}^{ab} > t_{f,z}^{an} \right\} \cup \{\circ\}$$

$$\mathcal{N}_{f,z}^{-1} := \left\{ l \in \mathcal{F} | z \in \mathcal{Z}_l,\ b_l^{an} = b_f^{ab},\ t_{l,z}^{an} < t_{f,z}^{ab} \right\} \cup \{\circ\}$$

$\mathcal{N}_{f,z}^{-1}$ bezeichne die Menge der gültigen Vorgängerfahrten der Fahrt $f \in \mathcal{F}$. Die Definitionen grenzen die Mengen insofern ein, als dass der Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ sowohl für die gültigen Vorgänger als auch für die gültigen Nachfolger zugelassen sein muss. Des Weiteren müssen Ankunftsbahnhof und Abfahrtsbahnhof

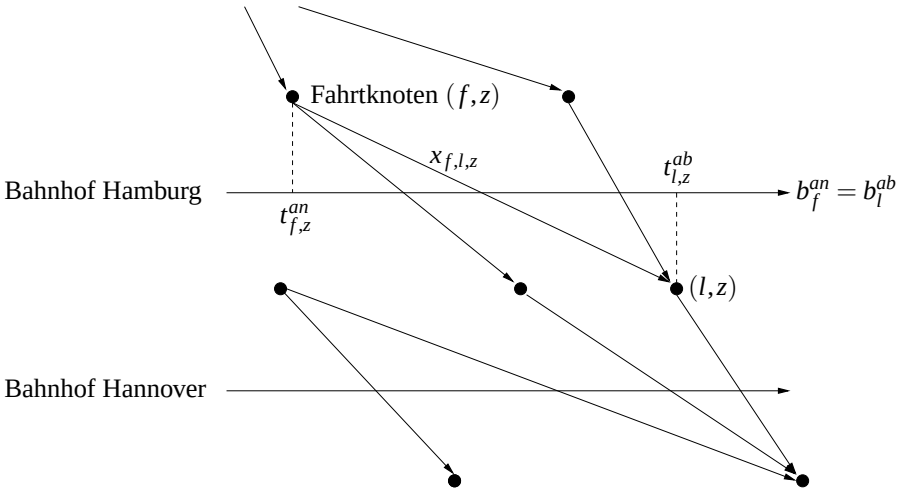


Abbildung 3.1: *Die Abbildung zeigt ein Connection Network. Je Zugtyp wird ein solches Netz generiert. Die Knoten des Netzwerkes sind die Fahrten. Eine Kante $x_{f,l,z}$ hat den Wert 1, wenn diese auch tatsächlich verwendet wird. Die Kanten sind also als mögliche Verbindungen zwischen verschiedenen Knoten zu verstehen.*

übereinstimmen. Das Element $\{\circ\}$ wird in den Fällen eingesetzt, in denen kein gültiger Vorgänger bzw. Nachfolger existiert.

Für das weitere Vorgehen nehmen wir zunächst vereinfachend an, dass der Zeitraum, der zum Aus- und Einsteigen und für etwaige Personalwechsel benötigt wird, bereits in $t^{an}_{f,z}$ bzw. $t^{an}_{l,z}$ enthalten ist. Der aus den Eingangsdaten resultierende Graph des *Connection-Network* ist in Abbildung 3.1 dargestellt.

Je Zugtyp muss ein Graph erzeugt werden. Zu beachten ist, dass die Knoten des Graphen durch die Fahrten $f \in \mathcal{F}$ repräsentiert werden. Die Knoten werden daher mit (f,z) bezeichnet, wobei $z \in \mathcal{Z}_f$ die für f zulässigen Fahrzeugtypen angibt. Für den Graphen bedeutet dies, dass die Knoten sich nicht an den Bahnhöfen befinden, sondern, was zur Verwirrung führen kann, zwischen den Bahnhöfen. Zwischen den einzelnen Knoten sind Verbindungskanten, welche die Übergänge von einer Fahrt zur nächsten abbilden.

Für die Formulierung als ganzahliges Programm werden noch folgende binäre Variablen benötigt:

$x_{f,l,z}$	Ist 1, wenn Fahrt $f \in \mathcal{F}$ auf Fahrt $l \in \mathcal{F}$ mit dem Zugtyp $z \in \mathcal{Z}$ wechselt; sonst 0
$x_{\circ,l,z}$	Bedeutet, dass l keinen gültigen Vorgänger besitzt und somit die erste Fahrt ist, die von einem Zug vom Typ z bedient wird
$x_{f,\circ,z}$	Bedeutet, dass f keinen gültigen Nachfolger besitzt und folglich die letzte Fahrt darstellt, die von einem Zug vom Typ z bedient wird

Mit den eingeführten Notationen können wir gemäß des klassischen **FAP** unser Problem wie folgt als (**IP1**) formulieren, wobei alle erzeugten Netzwerke (je Fahrzeugtyp) integriert werden:

$$\textbf{Maximiere} \quad \sum_{f\in\mathcal{F}} \sum_{z\in\mathcal{Z}_f} p_{f,z} \left(\sum_{l\in\mathcal{N}_{f,z}} x_{f,l,z} \right) \tag{3.1}$$

u.B.v. *(Zuordnungsbedingung)*

$$\sum_{z\in\mathcal{Z}_f} \sum_{l\in\mathcal{N}_{f,z}} x_{f,l,z} = 1 \quad \forall f \in \mathcal{F} \tag{3.2}$$

(Flusserhaltungsbedingung)

$$\textbf{(IP1)} \quad \sum_{f\in\mathcal{N}_{l,z}^{-1}} x_{f,l,z} - \sum_{m\in\mathcal{N}_{l,z}} x_{l,m,z} = 0 \quad \forall l \in \mathcal{F},\, z \in \mathcal{Z}_f \tag{3.3}$$

(Ressourcenbeschränkung)

$$\sum_{l\in\mathcal{F}} x_{\circ,l,z} \leq \mathcal{T}_z \quad \forall z \in \mathcal{Z} \tag{3.4}$$

(Variablendeklaration)

$$\begin{aligned} x_{f,l,z} &\in \{0,1\} \quad \forall f \in \mathcal{F},\, z \in \mathcal{Z}_f, \\ &\qquad\quad \forall l \in \mathcal{N}_{f,z} \\ x_{\circ,l,z} &\in \{0,1\} \quad \forall \circ \in \mathcal{N}_{l,z},\, l \in \mathcal{F}, \\ &\qquad\quad \forall z \in \mathcal{Z}_l \end{aligned} \tag{3.5}$$

(3.1) beschreibt die Zielfunktion. In dem vorliegenden Fall wird der Gewinn maximiert. Da es sich um ein restringiertes ganzzahliges Optimierungsproblem handelt, ist man an verschiedene Bedingungen gebunden. Die Bedingungen (3.2)

und (3.5) sorgen dafür, dass jede Fahrt von genau einem Zug gefahren wird. Die Gleichung (3.3) ist die Flusserhaltungsbedingung und (3.4) begrenzt die Anzahl der eingesetzten Züge, so dass nicht mehr Züge in das Netzwerk hineinfließen, als je Zugtyp verfügbar sind. Die Summe über die Variablen $x_{\circ,l,z}$ stellt daher den Modellinput an Zügen dar. Eine Alternative hierzu wäre, die Anzahl der verteilten Züge zu einem beliebigen, aber festen Zeitpunkt zu zählen.

Das vorliegende Modell ist aus verschiedener Sicht unzulänglich. Den speziellen Anforderungen der Bahn wird es bei Weitem nicht gerecht. Nicht nur Wendezeiten bleiben unberücksichtigt, sondern auch die Möglichkeiten des *Stärkens* und *Schwächens* werden mit diesem einfachen Modell nicht erfasst. Neben diesen vermutlich behebbaren Mängeln erweist sich das *Connection Network* jedoch für reale Problemgrößen als nicht geeignet. Bei steigender Anzahl der Fahrten nimmt die Anzahl der binären Variablen quadratisch zu [18].

Im anschließenden Abschnitt wenden wir uns daher einem weiter verbreiteten Ansatz zu: dem *Time-Space Network*.

3.1.2 Das Grundmodell in Anlehnung an das FAP Modell von C.A. Hane et al. (*Time-Space Network*)

Das in [4] betrachtete *Time-Space Network* zeichnet sich dadurch aus, dass je Bahnhof und Zugtyp ein Zeitstrahl existiert, auf dem sich die Knoten des Netzwerkes befinden. Hierdrin besteht ein gravierender Unterschied zum *Connection Network*, dessen Knoten die Fahrten repräsentieren und sich daher nicht auf den Bahnhofszeitlinien befinden.

Die Knoten des *Time-Space Network* stellen Ereignisse dar, die sich in Ankunfts- und Abfahrtsereignisse untergliedern. Wir nehmen vereinfachend an, dass die Ankunftsknoten nicht die tatsächliche Ankunftzeit des Zuges abbilden, sondern den Zeitpunkt ab dem der Zug wieder zur Verfügung steht. Die einzelnen Knoten auf der Zeitlinie eines Bahnhofs werden durch Bahnhofskanten verbunden. Zwischen den Bahnhöfen aggieren Fahrtkanten. Wendezeiten und andere bahnspezifische Besonderheiten werden auch hier zunächst nicht berücksichtigt. Die benötigten eingehenden Daten sind analog zu Abschnitt 3.1.1 zu verstehen.

Dies führt uns zu folgenden Notationen :

$\mathcal{Z}$	Menge aller verfügbaren Zugtypen (z.B. ICE 1, ICE 2, ...)
z	Index der Zugtypen
$\mathcal{T}_z$	Anzahl der Züge je Typ $z \in \mathcal{Z}$
$\mathcal{F}$	Start- und Endbahnhöfe
f	Index der Fahrten
$\mathcal{Z}_f$	Menge der Zugtypen, die für Fahrt $f \in \mathcal{F}$ zulässig sind; $\mathcal{Z}_f \subseteq \mathcal{Z}$
$\mathcal{B}$	Menge aller Bahnhöfe des aktuellen Fahrplans
b	Index der Bahnhöfe
$p_{f,z}$	Wert je Fahrt $f \in \mathcal{F}$, wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird.
$t^{ab}_{f,z}$	Abfahrtzeit der Fahrt $f \in \mathcal{F}$, wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird
$t^{an}_{f,z}$	Ankunftzeit der Fahrt $f \in \mathcal{F}$, wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird

Oben stehende Notationen sind nahezu eins zu eins aus dem Abschnitt 3.1.1 übernommen worden. Zur Erzeugung eines gerichteten Graphen für das *Time-Space Network* wird keine Trennung von Abfahrtsbahnhof und Ankunftsbahnhof benötigt. Wie bereits erwähnt, wird hier diese Unterscheidung über die Ereignisknoten des Graphen definiert. Je Fahrzeugtyp wird ein Netzwerk erzeugt. Die Kanten sind die Bahnhofskanten und die Fahrtkanten. In diesem Netzwerk werden demnach zwei verscheidene Arten von Kanten verwendet, weswegen wir erweiternd zu obigen Notationen noch folgende Vereinbarungen treffen:

$\mathcal{V}$	Menge aller Fahrtereignisse, die sowohl Ankunfts- als auch Abfahrtsereignisse beinhaltet
$v^{ab}_{f,z}$	$:= (t^{ab}_{f,z},\ b,\ z)$ Abfahrt von Fahrt $f \in \mathcal{F}$ an Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ mit Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$
$v^{an}_{f,z}$	$:= (t^{an}_{f,z},\ b,\ z)$ Ankunft von Fahrt $f \in \mathcal{F}$ an Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ mit Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$
v^+	Nachfolgeknoten des Ereignisknoten $v \in \mathcal{V}$ am selben Bahnhof mit dem selben Zugtypen. Sollte v^+ keinen Nachfolger besitzen, setzen wir $v^+ := \circ$.
v^-	Vorgängerknoten des Ereignisknoten $v \in \mathcal{V}$ am selben Bahnhof mit dem selben Zugtypen. Sollte v^- keinen Vorgänger besitzen, setzen wir $v^- := \circ$.
$\mathcal{V}^\circ_z$	Menge der Fahrtereignisse des Zugtypen $z \in \mathcal{Z},$ die keine Vorgänger besitzen.

Die Entscheidungsvariablen des Modells sind „die Fahrtkanten“, die die einzelnen Bahnhöfe miteinander verbinden. Wie bereits bei dem vorausgehenden Modell sind auch hier sowohl Abfahrtsbahnhof und Ankunftsbahnhof als auch die jeweiligen Abfahrtszeiten bzw. Ankunftszeiten in den Fahrtdaten hinterlegt. Die umständliche Bezeichnung der Entscheidungsvariablen durch $x_{b,c,t,z}$ mit $b,c \in \mathcal{B}$, $z \in \mathcal{Z}_f$ und einer Ankunfts- oder Abfahrtszeit t kann daher ersetzt werden durch $x_{f,z}$. Des Weiteren werden noch Bahnhofskanten verwendet, die die Anzahl der Züge am Bahnhof zu bestimmten Zeitpunkten angeben. Sie verbinden die jeweiligen Ereignisknoten an den Bahnhöfen. Allerdings werden nur zeitlich aufeinanderfolgende Ereignisknoten mit Kanten verbunden. Dies bedeutet, dass im Vorwege ein Ranking in Abhängigkeit von den Zeitpunkten der Ereignisse je Bahnhof erfolgen muss. Aus diesem Ranking lassen sich dann sowohl die Vorgänger (v^-) als auch die Nachfolger (v^+) jedes Ereignisknoten v ableiten, so dass die Bahnhofskanten wohl definiert sind.
Es seien:

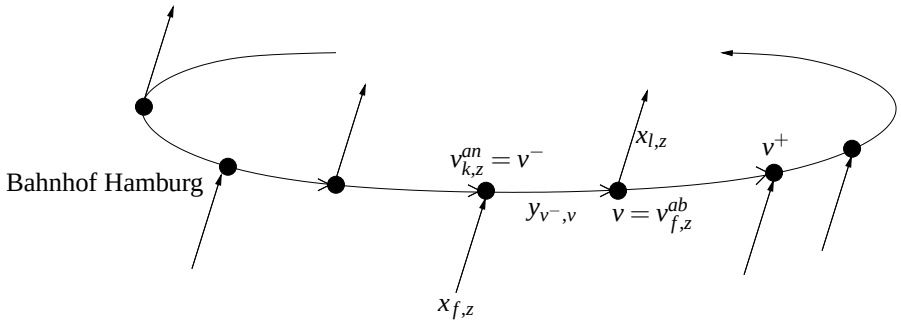


Abbildung 3.2: *Die Abildung zeigt das Time-Space Network. Je Bahnhof und Zugtyp wird eine Zeitlinie generiert. Auf dieser sind die Fahrtereignisknoten angesiedelt, die wiederum durch Bahnhofskanten y_{v,v^-} an den jeweiligen Bahnhöfen verbunden sind. Zwischen den Bahnhöfen verlaufen die Fahrtkanten $x_{f,z}$. Jede ankommende Fahrt unterbricht die Zeitlinie und erzeugt einen Ankunftsknoten an der entsprechenden Stelle. Dort wird der Zug durch eine Bahnhofskante erfasst und weitergeleitet. Ebenso erzeugt eine abgehende Fahrt einen Abfahrtsereignisknoten.*

$x_{f,z}$	Ist 1, wenn Fahrt $f \in \mathcal{F}$ von Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ nach $c \in \mathcal{B}$ zum Zeitpunkt t von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird; sonst 0
y_{b,z,v,v^+}	Die Bodenkanten y bilden den Fluss am Bahnhof b des Zugtyps z zwischen den Fahrtereignissen $[v, v^+]$ ab

Die nicht-negativen Variablen y_{b,z,v,v^+} müssen nicht weiter beschränkt werden. Ihre Ganzzahligkeit ergibt sich automatisch aus der Definition der $x_{f,z}$. Da alle Fahrtvariablen ganzzahlig sind, wird dem Fluss an den Bahnhöfen keine andere Wahl gelassen als ganzzahlig zu sein. Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt erfolgt, wird durch den Graphen lediglich ein Zugtyp erfasst. Bei der Programmformulierung sollten jedoch alle Zugtypen berücksichtigt werden. Diesem Anliegen wird durch die Einbindung der Zugtypen in die Formulierung Rechnung getragen. Variablen, Knoten und Zielfunktionskoeffizienten stehen in Abhängigkeit von $z \in \mathcal{Z}$. Mit der neuen Notation und den Variablen können wir nun den Graphen aus Abbildung (3.2) in ein gemischt ganzzahlige Programm (**MIP**) übersetzen:

$$\textbf{Maximiere} \quad \sum_{f\in\mathcal{F}}\sum_{z\in\mathcal{Z}_f} p_{f,z}x_{f,z} \tag{3.6}$$

u.B.v. *(Zuordnungsbedingung)*

$$\sum_{z\in\mathcal{Z}_f} x_{f,z} = 1 \quad \forall f\in\mathcal{F} \tag{3.7}$$

(Flusserhaltungsbedingung)

$$\sum_{b\in\mathcal{B}} x_{b,c,t,z} + y_{c,z,v^-,v} - \sum_{d\in\mathcal{B}} x_{c,d,t,z} - y_{c,z,v,v^+} = 0 \quad \forall v\in\mathcal{V} \tag{3.8}$$

(Ressourcenbeschränkung)

(MIP1)

$$\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}_z^\circ} y_{c,z,\circ,v} \leq \mathcal{T}_z \quad \forall z\in\mathcal{Z} \tag{3.9}$$

(Variablendeklaration)

$$x_{f,z} \in \{0,1\} \quad \forall f\in\mathcal{F},\ z\in\mathcal{Z}_f \tag{3.10}$$

$$y_{b,z,v,v^+} \geq 0 \quad \forall b\in\mathcal{B}, z\in\mathcal{Z},\ \forall v\in\mathcal{V} \tag{3.11}$$

Die Zielfunktion (3.6) des Modells maximiert analog zum vorherigen Modell den Gewinn. Eine alternative Zielfunktion findet sich in [4], dort werden die Kosten minimiert. Besonderes Augenmerk legen die Autoren auf die Möglichkeit, verschiedene äußere Einflüsse in den Kostenkoeffizienten mit einfließen zu lassen. Unter anderem soll auf diese Weise dem Effekt des *Spill & Recapture*, der an späterer Stelle genauer erläutert wird, Rechnung getragen werden. Natürlich lässt sich dieser Effekt auch im Profit berücksichtigen.

Die erste der Nebenbedingungen (3.7) gibt, wie gehabt, gemeinsam mit (3.10) die eindeutige Zuordnung der Züge wieder. Jede Fahrt darf nur von genau einem Zug bedient werden. Ebenso ist Bedingung (3.8) die bereits bekannte Flusserhaltungsbedingung. Betrachtet werden hier im *Time-Space Network* die Fahrtereignisknoten und die Ströme, die in diese Knoten hineinfließen und wieder herausfließen. Restriktion (3.9) sichert die Einhaltung der Ressourcenbeschränkung. Es dürfen auch hier nicht mehr Züge verplant werden, als verfügbar sind.

Durch die geringere Anzahl an Binärvariablen gilt das *Time-Space Network* als praktikabler und erfreut sich daher größerer Beliebtheit als das *Connection*

Network [18]. Da es jedoch nicht möglich ist bei Verwendung des *Time-Space Networks* verschiedene Wendezeiten abzubilden, muss noch nach weiteren Alternativen gesucht werden. Nachfolgend werden aber zunächst die bahnspezifischen Besonderheiten näher erläutert.

3.2 Integration eisenbahnspezifischer Besonderheiten in das *Connection Network* bzw. das *Time-Space Network*

Anders als in der Luftfahrt haben Einsenbahnunternehmen erweiterte und zum Teil auch andere Voraussetzungen, auf die sie ihre Überlegungen aufbauen müssen. Einerseits stellen sich die Wendezeiten an Bahnhöfen komplexer dar, als es an Flughäfen der Fall ist. Es müssen verschiedene Wendezeiten berücksichtigt werden und infolgedessen die Nachfolger- und Vorgängermengen modifiziert werden. Im nachfolgenden Abschnitt 3.2.1 wird auf diesen Umstand näher eingegangen.

Andererseits haben Eisenbahnunternehmen im Vergleich zu Luftfahrtunternehmen die Möglichkeit, einem erhöhten Reisendenaufkommen durch Zusammenkoppeln von Fahrzeugen zu begegnen. Im Fachjargon spricht man in diesem Zusammenhang vom Verstärken der Züge bzw. dem Stärken von Fahrten. Speziell im Fernverkehr eröffnen sich dem Planer verschiedene Varianten des Verstärkens. Betrachtet man IC Züge, so verstärkt man diese durch das Anfügen weiterer Wagen. Die Standardgröße umfasst eine Lok mit 6 Wagen, die dann bis auf 12 Wagen verlängert werden kann. Triebzüge, wie der ICE stehen als komplette Einheiten zur Verfügung und werden im Ganzen gekoppelt. Ein Verstärken dieser Züge durch Hinzufügen einzelner Wagen ist nicht möglich. In der ICE-Baureihe lassen sich z.B. die ICE 2 und die verschiedenen Modelle des ICE 3 verstärken bzw. koppeln. Das Ergebnis des Verstärkens ist der Zusammenschluss von zwei Einheiten und somit eine Verdoppelung der Sitzplatzkapazitäten.

Im Anschluss an die Modellierung der Wendezeiten werden zwei Ansätze vorgestellt, die sich der komplexen Aufgabenstellung des Koppelns annehmen. Der Erste befasst sich mit einer relaxierten Problemstellung, die lediglich das Koppeln gleicher Triebzugtypen abbildet. Der zweite Ansatz erweitert seine Modellierung sowohl auf das Koppeln verschiedener Triebzugtypen als auch auf das Stärken von lokbespannten Zügen.

3.2.1 Modellierung von Wendezeiten

Im Fokus der Modellierung steht die Aufgabe, die realen Begebenheiten möglichst gut und den tatsächlichen Bedingungen entsprechend zu modellieren. Hierzu zählt auch eine genaue Wiedergabe der Wendezeiten an Bahnhöfen.

Die **Wendezeit** umfasst den Zeitraum, den ein Zug mindestens benötigt, bevor er die nächste Fahrt antreten kann. Hierbei unterscheidet man zwischen zwei möglichen Wendeformen. In Abhängigkeit von der Art der Wende und dem Bahnhof, an dem diese stattfindet, variiert auch ihre Dauer. Die Bahnsteigwende ist die kürzere Variante. Der Zug wechselt auf eine neue Fahrt, ohne den Bahnsteig zu verlassen. Allerdings ist das Zeitfenster nach der Ankunft des Zuges nur sehr klein, innerhalb welches eine Bahnsteigwende durchgeführt werden kann. Wird eine Mindestzeit überschritten, muss das Gleis bzw. der Bahnsteig frei gegeben werden. Ist also keine zulässige Anschlussfahrt innerhalb des Zeitfensters verfügbar oder übersteigt die Dauer der sogenannten Mindestwendezeit I (**MWZI**) die Zeitdauer, die an einem Bahnsteig gehalten werden darf, muss eine bahnsteigferne Wende durchgeführt werden. Der Zug verläßt das Gleis und wendet auf einem Abstellgleis. Während dieser Zeit ist er für mögliche Anschlussfahrten nicht greifbar und steht erst nach einem bahnhofsabhängigen Zeitraum der sogenannten Mindestwendezeit II (**MWZII**) erneut zur Verfügung.

3.2.1.1 Definition von Nachfolger- und Vorgängermengen mit Hilfe von Wendezeitfunktionen

Um diesen Sachverhalt im Modell berücksichtigen zu können, müssen die Definitionen der Mengen der Vorgänger und der Nachfolger modifiziert werden. Für das **FAP** existiert keine „*Gatewende*“ bzw. dort ist die Wendezeit verbindungsabhängig und je Verbindung eindeutig, so dass die Modellierung von Wendezeiten sich ein wenig einfacher gestaltet.

In [18] werden verbindungsabhängige Wendezeiten berücksichtigt. Dieser Ansatz kann zur Modellierung der MWZ II verwendet werden. Da bei der Bahn jedoch Mindestwendezeiten lediglich in Abhängigkeit von der ankommenden Fahrt, dem Zugtyp und dem Bahnhof stehen und nicht von der Verbindung, existieren je ankommendem Zug zwei Wendezeiten: MWZ I und MWZ II. Es entsteht also ein Zeitfenster nach dem und **vor** dem abgehende Fahrten übernommen werden können. Bislang sind all die Nachfolger zulässig, deren Abfahrtszeitpunkt zeitlich nach dem Ankunftszeitpunkt der betrachteten Fahrt liegt.

Für das **FAP** genügt es an dieser Stelle zu der Ankunftzeit eine verbindungsabhängige Wendezeitdauer hinzu zu addieren. Dadurch bilden wir jedoch noch nicht das verbotene Zeitfenster, welches die Bahn benötigt, ab. Folglich müssen beide Mindestwendezeiten integriert werden. Nach Einführung der Mindestwendezeiten gelten die Nachfolger als unzulässig, deren Abfahrtszeit in den Zeitraum fällt, in dem der Zug nicht verfügbar ist. In Abbildung 3.3 sind lediglich noch die Fahrtknoten m, l und r zulässige Nachfolger. Hierbei gehen wir davon aus, dass $z \in \mathcal{Z}_m \cap \mathcal{Z}_r$ gilt.

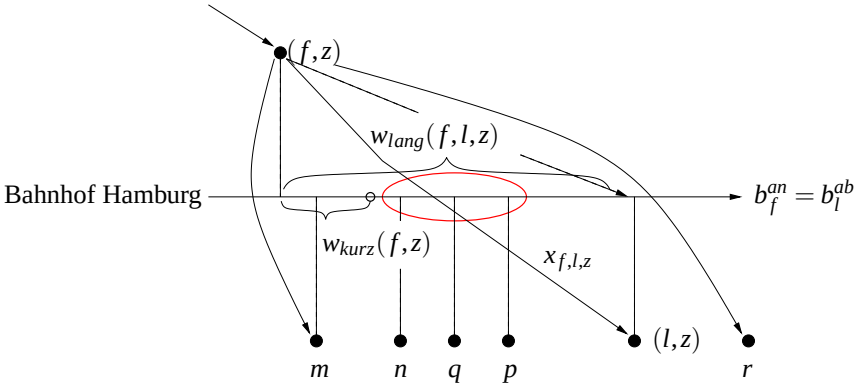


Abbildung 3.3: *Zu sehen ist die Einbindung von Wendezeiten in das Connection-Network. Die Grafik gibt näheren Aufschluss über die Mindestwendezeiten. Die Knoten n, p und q sind auf Grund der gegebenen Zeitfenster nicht mehr erreichbar. Demnach sind diese Fahrtknoten auch nicht in der Menge der gültigen Nachfolger enthalten.*

Um den Anforderungen gerecht werden zu können, müssen wir Funktionen definieren, die sowohl die MWZ I wiedergeben, als auch den Zeitraum abbilden, während dem ein Zug nicht zur Verfügung steht. Wir definieren daher:

$w_{kurz}(f,z)$	Maximale Zeitdauer, die auf einem Gleis am Bahnhof b_f^{an} gewartet werden darf, nachdem ein Zug vom Typ $z \in \mathcal{Z}_f$ die Fahrt $f \in \mathcal{F}$ bedient hat.
$w_{MWZI}(f,z)$	Mindestwendezeit, die benötigt wird auf einem Gleis am Bahnhof b_f^{an}, um mit einen Zug vom vom Typ $z \in \mathcal{Z}_f$ nach der Fahrt $f \in \mathcal{F}$ eine Bahnsteigwende durchzuführen.
$w_{MWZII}(f,z)$	Mindestwendezeit, nach der ein Zug vom Typ $z \in \mathcal{Z}$ am Bahnhof b_f^{an} frühestens wieder für eine Fahrt bereit steht, nachdem er Fahrt $f \in \mathcal{F}$ bedient hat und die bahnsteigferne Wende durchführen musste

Voraussetzung für den Wechsel eines Zuges von einer Fahrt $f \in \mathcal{F}$ auf eine Fahrt $l \in \mathcal{F}$ ist, dass $b_f^{an} = b_l^{ab}$ gilt. Für das anfangs beschriebene *Connection Network* sind diese Wendezeiten lediglich in die Mengendefinitionen einzubauen. Zur Vereinfachung definieren wir aber zunächst:

$$t_{f,z}^{an'} := t_{f,z}^{an} + w_{MWZI}(k,z)$$

Mit dieser Definition und den Funktionen erhalten wir die neuen Mengen der zulässigen Nachfolger bzw. Vorgänger:

$$\mathcal{N}_{f,z} := \left\{ l \in \mathcal{F} \;\middle|\; \begin{array}{l} z \in \mathcal{Z}_l \\ b^{an}_{f'} = b^{ab}_{l} \\ t^{an'}_{f,z} < t^{ab}_{l,z} \end{array} \;,\; \begin{array}{l} t^{ab}_{l,z} < t^{an}_{f,z} + w_{kurz}(f,z) \vee \\ t^{ab}_{l,z} > t^{an}_{f,z} + w_{MWZII}(f,z) \end{array} \right\} \cup \{\circ\}$$

$$\mathcal{N}^{-1}_{f,z} := \left\{ l \in \mathcal{F} \;\middle|\; \begin{array}{l} z \in \mathcal{Z}_l \\ b^{an}_{l'} = b^{ab}_{f} \\ t^{an'}_{l,z} < t^{ab}_{f,z} \end{array} \;,\; \begin{array}{l} t^{ab}_{f,z} < t^{an}_{l,z} + w_{kurz}(l,z) \vee \\ t^{ab}_{f,z} > t^{an}_{l,z} + w_{MWZII}(l,z) \end{array} \right\} \cup \{\circ\}$$

Die Abfahrtszeit einer Fahrt muss also nicht nur am selben Bahnhof stattfinden, sondern muss zudem auch noch nach der Ankunftszeit der betrachteten ankommenden Fahrt zuzüglich der MWZ I und vor der ankommenden Fahrt zuzüglich der $w_{kurz}(l,z)$ liegen. Oder aber die Abfahrtszeit liegt nach der Ankunft eines Zuges plus der Zeit, die für eine bahnsteigferne Wende benötigt wird. Auch in diesem Fall gehört die abgehende Fahrt zu der Menge der zulässigen Nachfolger. Die Menge der zulässigen Vorgänger wurde entsprechend definiert. Für die Modellformulierung aus Abschnitt 3.1.1 ergeben sich demnach keine großen Veränderungen. Da jedoch wie zuvor erwähnt das *Connection Network* sich nicht für fahrtenreiche Probleme eignet, übertragen wir diese Ansätze in das in Abschnitt 3.3 vorgestellte Hybrid-Netzwerk.

3.2.2 Modellierung des Koppelns durch Generierung einer Langzugzeitlinie und einer Kurzzugzeitlinie je Bahnhof

Eine Möglichkeit der Modellierung ist die Generierung einer Kopie des Netzwerkes je Zugtyp, auf dem dann lediglich die Langzüge des Zugtypes verkehren. Je Bahnhof erhalten wir einen Kurzzugbahnhof und einen Langzugbahnhof. Sämtliche bislang für das *Time-Space Network* getroffenen Notationen werden so auf die Langzugformulierung übertragen. Hinzugefügt wird, lediglich zur Unterscheidung, der Passus ***lang***. Neu sind die Verbindungskanten zwischen den Langzug- und den Kurzzugbahnhöfen. Wir bezeichnen mit $\gamma^{kurz}_{v^{an,kurz},v^{ab,lang},z}$ den Übergang von einem ankommenden Kurzzug zu einem abgehenden Langzug und mit $\gamma^{lang}_{v^{an,lang},v^{ab,kurz},z}$ den entgegengesetzten Fall. Die „Dauer“ der Kanten geben die Koppelzeiten wieder. Abbildung (3.4) veranschaulicht nochmals den Übergang und stellt einen Teil des Graphen dar.

3.2.2.1 Mengen- und Koppelzeitfunktionsdefinition für das Koppeln gleicher Zugtypen

Unserer bisherigen Notation für das *Time-Space Network* fügen wir nun noch die Koppelzeit in Abhängigkeit von den Fahrten und dem Bahnhof, auf dem das Kop-

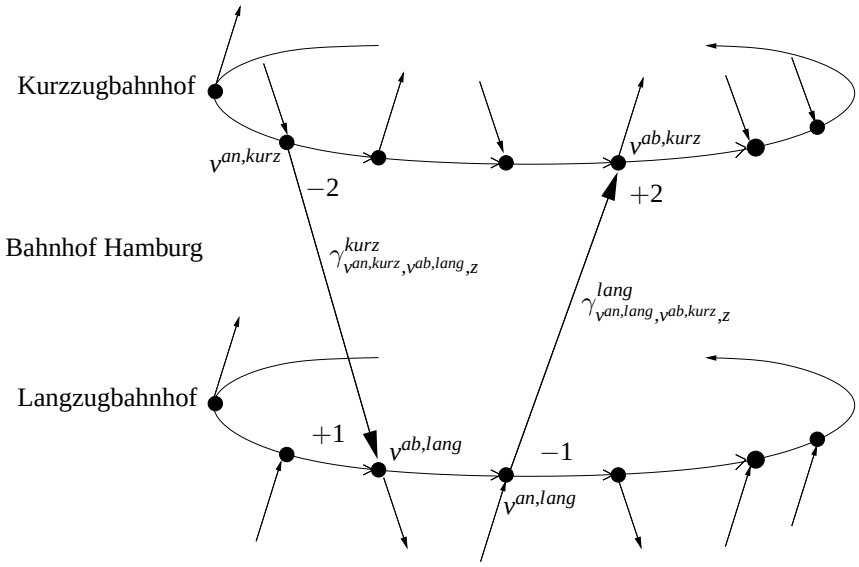


Abbildung 3.4: *Zu sehen ist eine mögliche Variante zur Abbildung von Koppelungen. Die Kante* $\gamma^{kurz}_{v^{an,kurz},v^{ab,lang}}$ *entspricht einem Ankoppeln einer weiteren Traktion, wohingegen* $\gamma^{lang}_{v^{an,lang},v^{ab,kurz}}$ *ein Entkoppeln abbildet. Wird dem Langzugbahnhof ein Zug hinzugefügt, so müssen auf dem Kurzzugbahnhof zwei Züge abgezogen werden. Umgekehrt müssen auf dem Kurzzugbahnhof zwei Fahrzeuge erscheinen, wenn von dem Langzugbahnhof ein Zug auf den Kurzzugbahnhof wechselt.*

peln stattfinden soll, hinzu. Auf Grund zeitlicher Restriktionen in Form von An- und Entkoppelzeiten kann nicht jeder ankommende Kurzzug auf jede beliebige Langzugfahrt wechseln. Gleiches gilt für die Gegenrichtung. Wir definieren daher:

$\delta(f,z)$ Zeitdauer, die benötigt wird zum An- bzw. Entkoppeln, nachdem Fahrt $f \in \mathcal{F}$ an einem Kurz-/Langzugbahnhof angekommen ist und auf eine Fahrt am Lang-/Kurzzugbahnhof wechselt mit Zugtyp $z \in \mathcal{Z}$.

Wir nehmen vereinfachend an, dass sowohl Ankoppeln als auch Entkoppeln die gleiche Zeitdauer beanspruchen. Mit der vorliegenden Koppelzeitfunktion definieren wir Mengen von gültigen Nachfolgern auf dem Kurz- bzw. Langzugbahnhof. Wir bezeichnen mit $\Gamma^{kurz}_{v^{an},f,z}$ die Menge der nachfolgenden Fahrtereignisse auf einem Langzugbahnhof, die erreicht werden können, nachdem ein Zug auf dem zugehörigen Kurzzugbahnhof eingetroffen ist und anschließend gekoppelt wurde. Umgekehrt bezeichne $\Gamma^{lang}_{v^{an,lang},f,z}$ die Menge der nachfolgenden Fahrtereignisse auf einem Kurzzugbahnhof, die erreicht werden können, nachdem ein Zug auf dem zugehörigen Langzugbahnhof eingetroffen ist und anschließend entkoppelt wurde.

Die jeweiligen Mengen der vorhergehenden gültigen Fahrtereignisse seien analog bezeichnet. Es seien also:

Für einen Kurzzugbahnhof:

$$\Gamma^{kurz}_{v^{an},f,z} := \left\{ v^{ab,lang}_{l,z} \in \mathcal{V}^{lang} |\ z \in \mathcal{Z}_f,\ b^{an}_f = b^{ab,lang}_l,\ t^{an}_{f,z} + \delta(f,z) \leq t^{ab,lang}_{l,z} \right\}$$

$$\Gamma^{-1,kurz}_{v^{ab},f,z} := \left\{ v^{an,lang}_{l,z} \in \mathcal{V}^{lang} |\ z \in \mathcal{Z}_f,\ b^{ab}_f = b^{an,lang}_l,\ t^{an,lang}_{l,z} + \delta(l,z) \leq t^{ab}_{f,z} \right\}$$

Für einen Langzugbahnhof:

$$\Gamma^{lang}_{v^{an,lang},f,z} := \left\{ v^{ab}_{l,z} \in \mathcal{V} |\ z \in \mathcal{Z}_f,\ b^{an,lang}_f = b^{ab}_l,\ t^{an,lang}_{f,z} + \delta(f,z) \leq t^{ab}_{l,z} \right\}$$

$$\Gamma^{-1,lang}_{v^{ab,lang},f,z} := \left\{ v^{an}_{l,z} \in \mathcal{V} |\ z \in \mathcal{Z}_f,\ b^{ab,lang}_f = b^{an}_l,\ t^{an}_{l,z} + \delta(l,z) \leq t^{ab,lang}_{f,z} \right\}$$

Den Notationen des *Time-Space Network* müssen lediglich noch die neuen Kanten, welche die Lang- und Kurzzugbahnhöfe verbinden, hinzugefügt werden. Wir erweitern die Variablen um:

$\gamma^{kurz}_{v^{an},v^{ab,lang}}$	Ist 1, wenn von Zugereignis $v^{an}_{f,z} \in \mathcal{V}$ auf das Zugereignis $v^{ab,lang}_{l,z} \in \mathcal{V}^{lang}$ mit Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f \cap \mathcal{Z}_l$ wechselt.
$\gamma^{lang}_{v^{an,lang},v^{ab}}$	Ist 1, wenn von Zugereignis $v^{an,lang}_{f,z} \in \mathcal{V}^{lang}$ auf das Zugereignis $v^{ab}_{l,z} \in \mathcal{V}$ mit Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f \cap \mathcal{Z}_l$ wechselt.

3.2.2.2 Formulierung des Problems als gemischt-ganzzahliges LP

Da sowohl $\gamma^{kurz}_{v^{an},v^{ab,lang}}$ als auch $\gamma^{lang}_{v^{an,lang},v^{ab}}$ binäre Variablen sind, taucht die Frage auf, wie man dem Umstand begegnet, dass ein Langzug aus zwei Fahrzeugen besteht. Diese Frage wird bei der Formulierung als gemischt-ganzzahliges Programm durch die Flusserhaltungsbedingungen beantwortet. Wir erhalten aus **MIP1** mit der erweiterten Notation **MIP2**:

Maximiere $$\sum_{f\in\mathcal{F}}\sum_{z\in\mathcal{Z}_f} p_{f,z}(x_{f,z}+x^{lang}_{f,z}) \tag{3.12}$$

u.B.v. *(Zuordnungsbedingung)*

$$\sum_{z\in\mathcal{Z}_f}(x_{f,z}+x^{lang}_{f,z}) = 1 \quad \forall f\in\mathcal{F} \tag{3.13}$$

(Flusserhaltungsbedingung)

$$\begin{aligned}&\sum_{b\in\mathcal{B}} x_{b,c,t,z}+y_{c,z,v^-,v}+2\sum_{v^{an,lang}\in\Gamma^{-1,kurz}} \gamma^{lang}_{v^{an,lang},v}\\ &-\sum_{d\in\mathcal{B}} x_{c,d,t,z}-y_{c,z,v,v^+}-2\sum_{v^{ab,lang}\in\Gamma^{kurz}} \gamma^{kurz}_{v,v^{ab,lang}} = 0 \quad \forall v\in\mathcal{V}\end{aligned} \tag{3.14}$$

Kurzzugbahnhof

$$\begin{aligned}&\sum_{b^{lang}\in\mathcal{B}^{lang}} x^{lang}_{b,c,t,z}+y^{lang}_{c,z,v^-,v}+\sum_{v^{an}\in\Gamma^{-1,lang}} \gamma^{kurz}_{v^{an},v}\\ &-\sum_{d\in\mathcal{B}} x^{lang}_{c,d,t,z}-y^{lang}_{c,z,v,v^+}-\sum_{v^{ab}\in\Gamma^{lang}} \gamma^{lang}_{v,v^{ab}} = 0 \quad \forall v\in\mathcal{V}^{lang}\end{aligned} \tag{3.15}$$

Langzugbahnhof

(Ressourcenbeschränkung)

(MIP2)
$$\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}^\circ_z} y_{c,z,\circ,v}+2\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}^{\circ,lang}_z} y^{lang}_{c,z,\circ,v} \leq \mathcal{T}_z \quad \forall z\in\mathcal{Z} \tag{3.16}$$

(Variablendeklaration)

$$x_{f,z},\, x^{lang}_{f,z} \in \{0,1\} \quad \forall f\in\mathcal{F},\ z\in\mathcal{Z}_f \tag{3.17}$$

$$\gamma^{kurz}_{v^{an},v^{ab}} \in \{0,1\} \quad \forall v^{an}\in\mathcal{V},\ \forall v^{ab}\in\Gamma^{kurz}_{v^{an},f,z} \tag{3.18}$$

$$\gamma^{lang}_{v^{an},v^{ab}} \in \{0,1\} \quad \forall v^{an}\in\mathcal{V}^{lang},\ \forall v^{ab}\in\Gamma^{lang}_{v^{an},f,z} \tag{3.19}$$

$$y_{b,z,v,v^+} \geq 0 \quad \forall b \in \mathcal{B}, z \in \mathcal{Z}, \forall v \in \mathcal{V} \tag{3.20}$$

$$y^{lang}_{b,z,v,v^+} \geq 0 \quad \forall b \in \mathcal{B}, z \in \mathcal{Z}, \forall v \in \mathcal{V}^{lang} \tag{3.21}$$

(3.12) ist die Zielfunktion unserer überarbeiteten Formulierung des *Time-Space Network*. In ihr werden nun auch die Langzüge berücksichtigt. Unter Umständen ist es sinnvoll $x^{lang}_{f,z}$ noch zusätzlich mit einem Faktor zu versehen, der ausdrückt, um welchen Anteil der Profit steigt oder sinkt, wenn ein Langzug eingesetzt wird. Denkbar ist auch die Unterscheidung von Langzug- und Kurzzugzielfunktionskoeffizienten.

Die Sicherung der eindeutigen Zuordnung ist auch hier durch (3.13) und (3.17) gegeben. Jede Fahrt darf nur von einem Kurzzug oder einem Langzug gefahren werden. Die Flusserhaltungsbedingungen werden für die Knoten des Netzwerkes aufgestellt. Bedingung (3.14) wird daher einmal für die Knoten an den Kurzzugbahnhöfen aufgestellt und einmal für die Langzugbahnhöfe. An dieser Stelle findet der eingangs erwähnte Ausgleich zwischen Lang- und Kurzzügen statt. Durch die Multiplikation der Austauschvariablen $\gamma_{v^{an},v^{ab}}$ mit einem Faktor 2 für Kurzzugbahnhöfe überträgt man den Umstand, dass ein Langzug im Fall der Traktionszugbetrachtung aus zwei Fahrzeugen besteht, in das Modell. Dies muss auch bei der Ressourcenbeschränkung (3.16) mit bedacht werden. Die Deklaration der Variablen (3.17-3.21) weist im Grunde keine Veränderungen auf.

Mit dieser aufwendigen Formulierung lässt sich das Koppeln gleicher Zugtypen abbilden. Die Anzahl der zu erzeugenden Netzwerke ist allerdings nicht so groß, wie man zunächst vielleicht annimmt. Nicht für jeden Zugtypen muss ein „Klonnetzwerke“ generiert werden, denn nicht jeder Zugtyp ist auch doppelzugfähig.

3.2.3 Modellierung des Koppelns verschiedener und gleicher Zugtypen via Einbindung der Fahrzeugkombinationen

Der vorangehende Ansatz ist ausreichend, solange die Betrachtung sich auf ICEs beschränkt und ein Koppeln verschiedener Fahrzeugtypen ausgeschlossen wird. Zudem darf nicht in Vergessenheit geraten, dass wir, solange wir auf dem *Time-Space Network* operieren, keine adäquate Umsetzung der Mindestwendezeiten erhalten. Dieses Problem soll aber erst an späterer Stelle angegangen werden.

In diesem Abschnitt behandeln wir das Koppeln verschiedener Zugtypen und können auf diese Weise unsere Betrachtungen auf lokbespannte Züge (IC) erweitern. Grundidee ist, sich von der Zugtypbetrachtung zu lösen und auf Basis der Fahrzeugkombinationen zu arbeiten. Mit Fahrzeugkombination werden alle möglichen zulässigen Koppelvarianten bezeichnet. Diese Definition schließt auch Einzelzüge (Kurzzüge) mit ein. Eine Auflistung der derzeit aktuellen Fahrzeugkombinationen stellt Tabelle (3.1) bereit.

Wir haben nun nicht mehr nur ein Netzwerk je Zugtyp, sondern generieren eines für jede Fahrzeugkombination. Diese aufwendige Modellierung zieht eine Fülle von zusätzlichen Kanten mit sich, welche die Freude über die gewonnene Realitätsnähe dämpfen.

3.2.3.1 Beschreibung des Problems anhand eines Graphen

Einen kleinen Ausschnitt bietet Abbildung (3.5). Aus Gründen der Übersichtlichkeit sind lediglich drei Zeitlinien abgebildet. Für den Wechsel eines Kurzzuges auf die Zeitlinie eines gemischten Langzuges oder umgekehrt führen wir neue Kanten ein, welche im Folgenden als *Klonkanten* bezeichnet werden. Eigenschaft dieser Kanten muss sein, dass sie z.B. bei einem Wechsel von einer ICE T5 Zeitlinie auf eine ICE T5 + ICE T7 Zeitlinie automatisch einen Klon generieren, der von einer entsprechenden ICE T7 Zeitlinie abgeht und zu dem selben Zeitpunkt auf der Langzugzeitlinie auftrifft wie sein Erzeuger. Im umgekehrten Fall sucht sich der Klon die entsprechende ICE T7 Zeitlinie. *Entsprechend* ist in diesem Zusammenhang so zu verstehen, dass die Bahnhöfe der Zeitlinien und die Abfahrtszeitpunkte des Klons und seines Erzeugers übereinstimmen müssen.

Im „Sonderfall“, dass der Langzug nur aus einem Zugtypen besteht, haben Klon und Erzeuger den selben Ursprung und den selben Zielpunkt (siehe Abb.(3.6)). Den Begriff „Sonderfall“ in diesem Kontext zu gebrauchen, ist nicht ganz korrekt, denn in der Realität ist dieser Fall der gebräuchlichere.

3.2.3.2 Anpassung der Notationen an die Fahrzeugkombinationsformulierung

Wir übernehmen die Notationen der Eingangsdaten aus Abschnitt (3.1.2). Dort müssen allerdings die Zugtypen durch Fahrzeugkombinationen ersetzt werden. Die restlichen Notation müssen nun noch an den Umstand angepasst werden, dass nun sowohl Kurzzug- als auch Langzugbahnhöfe existieren. Daher folgt:

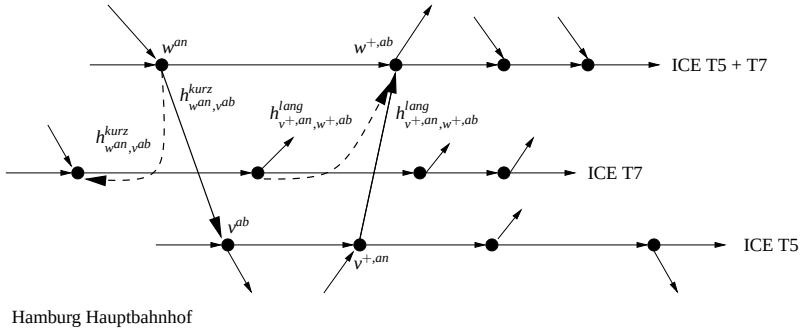


Abbildung 3.5: *Die Abbildung beschreibt zum einen das entkoppeln eines gemischten Langzuges und zum anderen den Zusammenschluss zweier verschiedener Zugtypen. Der gestrichelte Pfeil repräsentiert jeweils den Klon. Diesen findet man in der Flusserhaltungsbedingung des jeweiligen Knoten wieder von dem er kommt oder zu dem er geht.*

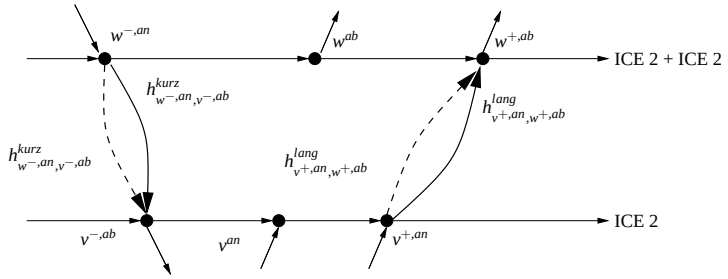


Abbildung 3.6: *Abbildung des „Sonderfalls“, dass der Langzug aus zweimal dem selben Zugtypen zusammengesetzt ist. Auch hier wird ein Klon generiert, der allerdings den selben Verlauf hat wie sein Erzeuger.*

$\mathcal{V}$	Menge aller Fahrtereignisse, die sowohl Ankunfts- als auch Abfahrtsereignisse beinhaltet
$\mathcal{V}^{kurz}$	Menge aller Fahrtereignisse $v^{ab}_{f,k},\ v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}$ für die gilt: $k \in \mathcal{K}^{kurz}$
$\mathcal{V}^{lang}$	Menge aller Fahrtereignisse $v^{ab}_{f,k},\ v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}$ für die gilt: $k \in \mathcal{K}^{doppel}$
$v^{ab}_{f,k}$	$:= (t^{ab}_{f,k},\ b,\ k)$ Abfahrt von Fahrt $f \in \mathcal{F}$ an Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ mit Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}_f$
$v^{an}_{f,k}$	$:= (t^{an}_{f,k},\ b,\ k)$ Ankunft von Fahrt $f \in \mathcal{F}$ an Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ mit Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}_f$
$\mathcal{V}^{\circ,kurz}_k$	Menge der Fahrtereignisse $v \in \mathcal{V}^{kurz}$ der Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K},$ die keine Vorgänger besitzen
$\mathcal{V}^{\circ,lang}_k$	Menge der Fahrtereignisse $v \in \mathcal{V}^{lang}$ der Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K},$ die keine Vorgänger besitzen

Fahrzeugkombination
ICE 1
ICE 2
ICE 2 + ICE 2
ICE 3
ICE 3 + ICE 3
ICE 3M
ICE 3M + ICE 3M
ICE 3M + ICE 3
ICE T5
ICE T5 + ICE T5
ICE T7
ICE T7 + ICE T7
ICE T7 + ICE T5

Tabelle 3.1: Die Tabelle listet die möglichen Fahrzeugkombinationen auf. In dieser Auflistung noch nicht enthalten sind die lokbespannten IC Züge. Der Nachteil der Formulierung via Fahrzeugkombinationen wird schnell klar, wenn man sich die Anzahl der verschiedenen Fahrzeugkombinationen vor Augen führt.

Neu hinzugefügt werden hier noch die Fahrzeugkombinationsmengen und die neuen Klonkanten.
Es seien:

$\mathcal{K}$	Menge aller zulässigen Fahrzeugkombinationen
$\mathcal{K}_f$	Menge aller zulässigen Fahrzeugkombinationen für Fahrt $f \in \mathcal{F}$
$\mathcal{K}^{doppel}$	Menge der Fahrzeugkombinationen, die gekoppelt sind, mit Elementen $d := (z,k)$, wobei $z,\ k \in \mathcal{Z},\ \mathcal{K}^{doppel} \subseteq \mathcal{K}$
$\mathcal{K}^{kurz}$	Menge der Fahrzeugkombinationen, die nicht gekoppelt sind, mit Elementen $z \in \mathcal{Z}, \mathcal{K}^{kurz} \subseteq \mathcal{K},\ \mathcal{K}^{kurz} := \mathcal{K} \setminus \mathcal{K}^{doppel}$

Die Anzhal der Fahrzeuge, die je Zugtyp zur Verfügung stehen ist fix. Es handelt sich dabei um eine vorgegebene Größe. Die Anzahl der Fahrzeuge je Fahrzeugkombination ist nicht fest. Die Summe aller Fahrzeuge in $\mathcal{K}$ darf natürlich nicht die Gesamtanzahl aller Fahrzeuge, summiert über die Fahrzeugtypen, übersteigen. Noch genauer: die Summe über die Fahrzeugkombinationen, die gleiche Zugtypen beinhalten, darf die Summe über die Fahrzeuge in den jeweiligen Zugtypen nicht übersteigen. Daher definieren wir:

$\mathcal{T}_z$	Anzahl der Fahrzeuge je Zugtyp $z \in \mathcal{Z}$.
$\mathcal{Z}^k$	Menge der Zugtypen, die an der Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}$ beteiligt und/oder kompatibel sind
$\mathcal{K}^k$	Menge der Fahrzeugkombinationen, die an $k \in \mathcal{K}$ beteiligt und/oder kompatibel sind

Die eingeführten Klonkanten werden nach ihrem Zielort benannt. Kanten, die auf eine Zeitlinie einer Fahrzeugkombination der Menge $\mathcal{K}^{kurz}$ zeigen, heißen h^{kurz}. Umgekehrt bezeichne h^{lang} Kanten, die auf die Zeitlinien der Elemente der Menge $\mathcal{K}^{doppel}$ zeigen. Wir erhalten:

$h^{kurz}_{v^{an},v^{ab}}$	Ist 1, wenn ein Zug von einer Zeitlinie der Fahrzeugkombination $d \in \mathcal{K}^{doppel}$ auf die Zeitlinie einer zulässigen Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}^{kurz}$ wechselt, sonst 0
$h^{lang}_{v^{an},v^{ab}}$	Ist 1, wenn ein Zug von einer Zeitlinie der Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}^{kurz}$ auf die Zeitlinie einer zulässigen Fahrzeugkombination $d \in \mathcal{K}^{doppel}$ wechselt, sonst 0

3.2.3.3 Definition verschiedener Mengen zur Eingrenzung der Variablen

Bevor mit der Formulierung des Graphen als **MIP** begonnen wird, müssen noch verschiedene Mengen definiert werden, welche die Ursprungs- und Zielknoten der Klonkanten und ihrer Klone festlegen.

Bezeichne $\Psi^{lang}_{v^{an}_{e,d}}$ **die Menge der zulässigen Zielknoten** $v^{ab}_{f,k} \in \mathcal{V}^{lang}$ für eine Klonkante $h^{lang}_{v^{an},v^{ab}}$ mit $e, f \in \mathcal{F}$ und $d,k \in \mathcal{Z}^d$. Sei $\Psi^{-1,lang}_{v^{ab}_{e,d}}$ **die Menge der zulässigen Ursprungsknoten** einer Klonkante $h^{lang}_{v^{an},v^{ab}}$:

$$\Psi^{lang}_{v^{an}_{e,d}} := \left\{ v^{ab}_{f,k} \in \mathcal{V}^{lang} |\ d \in \mathcal{K}_f,\ d,k \in \mathcal{Z}^d,\ b^{an}_e = b^{ab}_f,\ t^{an}_{e,d} + \delta(e,d) \leq t^{ab}_{f,k} \right\}$$

$$\Psi^{-1,lang}_{v^{ab}_{e,d}} := \left\{ v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}^{kurz} |\ d \in \mathcal{K}_f,\ d,k \in \mathcal{Z}^d,\ b^{an}_f = b^{ab}_e,\ t^{an}_{f,k} + \delta(f,k) \leq t^{ab}_{e,d} \right\}$$

Analog seien die Mengen **der zulässigen Ziel- bzw. Ursprungsknoten** $\Psi^{kurz}_{v^{an}_{e,d}}$ und $\Psi^{-1,kurz}_{v^{ab}_{e,d}}$ für die Kanten $h^{kurz}_{v^{an},v^{ab}}$ definiert.

$$\Psi^{kurz}_{v^{an}_{e,d}} := \left\{ v^{ab}_{f,k} \in \mathcal{V}^{kurz} |\ d \in \mathcal{K}_f,\ d,k \in \mathcal{Z}^d,\ b^{an}_e = b^{ab}_f,\ t^{an}_{e,d} + \delta(e,d) \leq t^{ab}_{f,k} \right\}$$

$$\Psi^{-1,kurz}_{v^{ab}_{e,d}} := \left\{ v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}^{lang} |\ d \in \mathcal{K}_f,\ d,k \in \mathcal{Z}^d,\ b^{an}_f = b^{ab}_e,\ t^{an}_{f,k} + \delta(f,k) \leq t^{ab}_{e,d} \right\}$$

Für die Klone benötigen wir noch folgende Mengen: $\Phi^{lang}_{v^{an}_{l,z}}$ und $\Phi^{kurz}_{v^{ab}_{l,z}}$ mit den Elementen $(v^{an}_{f,k}; v^{ab}_{e,d})$ mit $v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}^{kurz},\ v^{ab}_{e,d} \in \Psi^{lang}_{v^{an}_{f,k}}$ und $(v^{an}_{f,k}; v^{ab}_{e,d})$ mit $v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}^{lang},\ v^{ab}_{e,d} \in \Psi^{kurz}_{v^{an}_{f,k}}$. Dies sind die Mengen der **möglichen Erzeuger** eines Klons, wobei die Tupel diesen eindeutig bestimmen.

$$\Phi^{lang}_{v^{an}_{l,z}} := \left\{ (v^{an}_{f,k}; v^{ab}_{e,d}) | v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}^{kurz},\ v^{ab}_{e,d} \in \Psi^{lang}_{v^{an}_{f,k}},\ z,k,d \in \mathcal{Z}^d,\ b^{an}_l = b^{an}_f,\ t^{an}_{l,z} \leq t^{an}_{f,k} \right\}$$

$$\Phi^{kurz}_{v^{an}_{l,z}} := \left\{ (v^{an}_{f,k}; v^{ab}_{e,d}) | v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}^{lang},\ v^{ab}_{e,d} \in \Psi^{kurz}_{v^{an}_{f,k}},\ z,k,d \in \mathcal{Z}^d,\ b^{an}_l = b^{an}_f,\ t^{ab}_{e,d} \leq t^{ab}_{l,z} \right\}$$

Zuletzt seien $\Xi^{lang}_{v^{an}_{l,z}}$ und $\Xi^{kurz}_{v^{ab}_{l,z}}$ die Mengen der Knoten, die den Klonkanten als **„imaginäre“ Ursprungs- bzw. Zielknoten** dienen:

$$\Xi^{lang}_{v^{an}_{l,z}} := \left\{ v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}^{kurz} | k \in \mathcal{K}_l,\ k,z \in \mathcal{Z}^z,\ b^{an}_l = b^{an}_f,\ t^{an}_{l,z} \leq t^{an}_{f,k} \right\}$$

$$\Xi^{kurz}_{v^{ab}_{l,z}} := \left\{ v^{ab}_{f,k} \in \mathcal{V}^{kurz} | k \in \mathcal{K}_l,\ k,z \in \mathcal{Z}^z,\ b^{ab}_l = b^{ab}_f,\ t^{ab}_{l,z} \leq t^{ab}_{f,k} \right\}$$

3.2.3.4 Übersetzung des Graphen in eine MIP

Mit diesen Definitionen und Notationen kann nun das **MIP** wie folgt geschrieben werden:

$$\textbf{Maximiere} \quad \sum_{f\in\mathcal{F}}\sum_{k\in\mathcal{K}_f} p_{f,k}x_{f,k} \tag{3.22}$$

u.B.v. *(Zuordnungsbedingung)*

$$\sum_{k\in\mathcal{K}_f} x_{f,k} = 1 \qquad \forall f\in\mathcal{F} \tag{3.23}$$

(Bedingung der Eindeutigkeit)

$$\begin{aligned} h^{lang}_{v,w} + \sum_{u\in\Xi^{lang}_v}\sum_{(r;s)\in\Phi^{lang}_u,(r;s)=(v;w)} h^{lang}_{r,s} &= 2 \qquad \forall v\in\mathcal{V}^{kurz} \\ & \qquad\quad \forall w\in\mathcal{V}^{lang} \\ h^{kurz}_{v,w} + \sum_{u\in\Xi^{kurz}_w}\sum_{(r;s)\in\Phi^{kurz}_u,(r;s)=(v;w)} h^{kurz}_{r,s} &= 2 \qquad \forall v\in\mathcal{V}^{lang} \\ & \qquad\quad \forall w\in\mathcal{V}^{kurz} \end{aligned} \tag{3.24}$$

(**MIP3**) *(Flusserhaltungsbedingung)*

Kurzzugbahnhof

$$\begin{aligned} \sum_{b\in\mathcal{B}} x_{b,c,t,k} + y_{c,k,v^-,v} - \sum_{d\in\mathcal{B}} x_{c,d,t,k} - y_{c,k,v,v^+} & \\ + \sum_{w\in\Psi^{-1,kurz}_v} h^{kurz}_{w,v} - \sum_{w\in\Psi^{lang}_v} h^{lang}_{v,w} & \\ + \sum_{(r;s)\in\Phi^{kurz}_v} h^{kurz}_{r,s} - \sum_{(r;s)\in\Phi^{lang}_v} h^{lang}_{r,s} &= 0 \qquad \forall v\in\mathcal{V}^{kurz} \end{aligned}$$

Langzugbahnhof

$$\begin{aligned} \sum_{b\in\mathcal{B}} x_{b,c,t,k} + y_{c,k,v^-,v} - \sum_{d\in\mathcal{B}} x_{c,d,t,k} - y_{c,k,v,v^+} & \\ + \sum_{w\in\Psi^{-1,lang}_v} h^{lang}_{w,v} - \sum_{w\in\Psi^{kurz}_v} h^{kurz}_{v,w} &= 0 \qquad \forall v\in\mathcal{V}^{lang} \end{aligned} \tag{3.25}$$

(Ressourcenbeschränkung)

$$\sum_{q\in\mathcal{K}^k}\left(\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}^{\circ,kurz}_q} y_{c,q,\circ,v} + 2\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}^{\circ,lang}_q} y_{c,q,\circ,v}\right) \leq \Sigma_{z\in\mathcal{Z}^k}\mathcal{T}_z \qquad \forall k\in\mathcal{K} \tag{3.26}$$

(Variablendeklaration)

$$\begin{aligned} h^{kurz}_{v,w}, h^{lang}_{v,w} &\in \{0,1\} && \forall v,\ w \in \mathcal{V} \\ x_{f,k} &\in \{0,1\} && \forall f \in \mathcal{F},\ k \in \mathcal{K}_f \\ y_{b,q,v,v^+} &\geq 0 && \forall b \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{K}, \\ & && \forall v \in \mathcal{V} \end{aligned} \tag{3.27}$$

Wie bereits in den vorherigen **MIP**´s wird durch (3.22) die Zielfunktion gegeben. Die anschließende Bedingung (3.23) entspricht den Zuordnungsbedingungen seiner Vorgänger. Neu in dieser Formulierung hinzugekommen sind die Bedingungen (3.24). Diese schränken die Anzahl der an einer Koppelung beteiligten Fahrzeuge auf 2 ein. In den Flusserhaltungsbedingungen (3.25) werden zusätzlich noch die Klonkanten berücksichtigt. Mit der Unterscheidung von Kurz- und Langzugbahnhöfen wird berücksichtigt, dass ein Langzug aus zwei Kurzzügen besteht. Die Ressourcenbeschränkung (3.26) ist so zu verstehen, dass die Summe über den Netzinput der Fahrzeugkombinationen, die kompatibel sind bzw. aus kompatiblen Fahrzeugkombinationen bestehen, kleiner gleich der Summe über die Anzahl der Fahrzeuge der beteiligten Zugtypen sein soll. Die Variablendeklaration (3.27) wurde ebenfalls um die neuen binären Variablen erweitert.
Mit dieser Formulierung lassen sich nun auch Koppelungen verschiedener Zugtypen abbilden. Dennoch sind noch nicht alle Nachteile des *Time-Space Networks* beseitigt worden. Eine adäquate Abbildung der Wendezeit ist auch durch die letzte Formulierung nicht gegeben. Der nächste Abschnitt stellt ein *Hybrides* Netzwerk dar, welches diesen Mangel beheben soll.

3.3 Ein Hybrid- Netzwerk bestehend aus dem *Connection-Network* und dem *Time-and-Space-Network*

Sowohl das *Connection Network* als auch das *Time-Space Network* weisen erhebliche Mängel auf, die bei einer realitätsnahen Modellierung nicht auftreten dürfen. Die bei wachsenden Problemen quadratisch ansteigende Anzahl an ganzzahligen Variablen macht das *Connection Network* für reale Problemstellungen unbrauchbar. Das *Time-Space Network* hingegen kann die Realität nicht zufriedenstellend abbilden, denn Mindestwendezeiten in Abhängigkeit von Fahrten oder Verbindungen lassen sich nicht darstellen. Da beide Netzwerktypen sowohl Vor- als auch Nachteile in sich tragen, liegt es nahe, einen *Hybriden* zu konstruieren, der beide Typen in sich vereinigt [18].

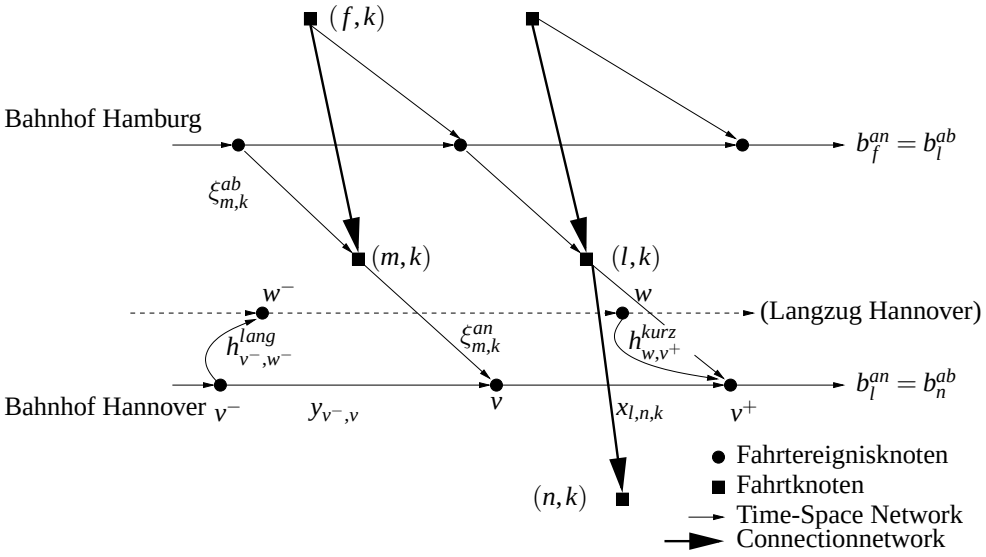


Abbildung 3.7: *Zu sehen ist ein Ausschnitt aus dem hybriden Netzwerk. Noch zu erkennen sind die aus dem Connection Network stammenden Teile, die über das Time-Space Network gelegt wurden.*

Betrachten wir das *Time-Space Network*, so scheint es unbrauchbar im Zusammenhang mit der Aufgabenstellung, fahrt- bzw. verbindungsabhängige Mindestwendezeiten darzustellen. Es erlaubt jede Verbindung (f,l) mit $f,l \in \mathcal{F}$ und einer Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}_f \cap \mathcal{K}_l$ für die gilt $t_{f,k}^{an} \leq t_{l,k}^{ab}$. Durch eine Modifizierung der Ankunftszeit $t_{f,k}^{an}$ lässt sich analog zu [18] die MWZ II darstellen. Auf diese Weise entgehen uns potentielle Nachfolger, die mit der kurzen Bahnsteigwende hätten erreicht werden können. Diese können dann allerdings über ein *Connection Network* erreicht werden, welches über das *Time-Space Network* gelegt wird. Die Kanten des *Connection Network* dienen dann als Abkürzungen.

3.3.1 Die benötigten Notationen, Funktionen, Mengendefinitionen und Variablen im Überblick

Wir fügen neue Kanten $\xi_{f,k}^{an}$ und $\xi_{f,k}^{ab}$ hinzu, die die Ereignisknoten mit den entsprechenden Fahrtknoten verbinden. Zur besseren Übersichtlichkeit werden nochmals alle benötigten Notationen und Variablendefinitionen aufgeführt.

$\mathcal{Z}$	Menge aller verfügbaren Zugtypen (z.B. ICE 1, ICE 2, ...)
z	Index der Zugtypen
$\mathcal{Z}_f$	Menge der Zugtypen die für Fahrt $f \in \mathcal{F}$ zulässig sind;
$\mathcal{Z}^k$	Menge der Zugtypen, die an der Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}$ beteiligt und/oder kompatibel sind
$\mathcal{T}_z$	Anzahl der Züge je Typ $z \in \mathcal{Z}$
$\mathcal{K}$	Menge aller zulässigen Fahrzeugkombinationen (z.B. ICE 1, ICE T5 + T7, ...).
$\mathcal{K}_f$	Menge aller zulässigen Fahrzeugkombinationen für Fahrt $f \in \mathcal{F}$.
$\mathcal{K}^k$	Menge der Fahrzeugkombinationen, die an $k \in \mathcal{K}$ beteiligt und/oder kompatibel sind
$\mathcal{K}^{doppel}$	Menge der Fahrzeugkombinationen, die gekoppelt sind, mit Elementen $d := (z,k)$, wobei $z,\ k \in \mathcal{Z},\ \mathcal{K}^{doppel} \subseteq \mathcal{K}$
$\mathcal{K}^{kurz}$	Menge der Fahrzeugkombinationen, die nicht gekoppelt sind, mit Elementen $z \in \mathcal{Z}, \mathcal{K}^{kurz} \subseteq \mathcal{K},\ \mathcal{K}^{kurz} := \mathcal{K} \setminus \mathcal{K}^{doppel}$
$\mathcal{F}$	Menge aller Fahrten des Fahrplans
f	Index der Fahrten $\mathcal{Z}_f \subseteq \mathcal{Z}$
$\mathcal{B}$	Start- und Endbahnhöfe
b	Index der Bahnhöfe
$p_{f,z}$	Gewinn je Fahrt $f \in \mathcal{F},$ wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird
b_f^{ab}	Abfahrtsbahnhof der Fahrt $f \in \mathcal{F},\ b \in \mathcal{B}$
b_f^{an}	Ankunftsbahnhof der Fahrt $f \in \mathcal{F},\ b \in \mathcal{B}$
$t_{f,z}^{ab}$	Abfahrtzeit der Fahrt $f \in \mathcal{F},$ wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird
$t_{f,z}^{an}$	Ankunftzeit der Fahrt $f \in \mathcal{F},$ wenn diese von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird

Aus den eingehenden Daten werden nun noch folgende Notationen abgeleitet:

$\mathcal{V}$	Menge aller Fahrtereignisse, die sowohl Ankunfts- als auch Abfahrtsereignisse beinhaltet.
$\mathcal{V}^{kurz}$	Menge aller Fahrtereignisse $v^{ab}_{f,k}$, $v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}$ für die gilt: $k \in \mathcal{K}^{kurz}$.
$\mathcal{V}^{lang}$	Menge aller Fahrtereignisse $v^{ab}_{f,k}$, $v^{an}_{f,k} \in \mathcal{V}$ für die gilt: $k \in \mathcal{K}^{doppel}$.
$v^{ab}_{f,k}$	$:= (t^{ab}_{f,k}, b, k)$ Dieses Fahrtereignis beschreibt die Abfahrt von Fahrt $f \in \mathcal{F}$ an Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ mit Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}_f$.
$v^{an}_{f,k}$	$:= (t^{an''}_{f,k}, b, k)$ Dieses Fahrtereignis beschreibt die Ankunft von Fahrt $f \in \mathcal{F}$ an Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ mit Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}_f$
v^+	Nachfolgeknoten des Ereignisknoten $v \in \mathcal{V}$ am selben Bahnhof mit dem selben Zugtypen. Sollte v^+ keinen Nachfolger besitzen, setzen wir $v^+ := \circ$.
v^-	Vorgängerknoten des Ereignisknoten $v \in \mathcal{V}$ am selben Bahnhof mit dem selben Zugtypen. Sollte v^- keinen Vorgänger besitzen, setzen wir $v^- := \circ$.
$\mathcal{V}^{\circ,kurz}_k$	Menge der Fahrtereignisse $v \in \mathcal{V}^{kurz}$ der Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}$, die keine Vorgänger besitzen.
$\mathcal{V}^{\circ,lang}_k$	Menge der Fahrtereignisse $v \in \mathcal{V}^{lang}$ der Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}$, die keine Vorgänger besitzen.

Zur Darstellung der verschiedenen Wendezeiten und Koppelmöglichkeiten benötigen wir nun noch die Funktionen aus den Abschnitten 3.2.1 und 3.2.2:

$w_{kurz}(l,z)$	Maximale Zeitdauer, die auf einem Gleis am Bahnhof b^{an}_l gewartet werden darf, nachdem ein Zug vom Typ $z \in \mathcal{Z}_f$ die Fahrt $l \in \mathcal{F}$ bedient hat.
$w_{MWZI}(l,z)$	Mindestwendezeit, die benötigt wird auf einem Gleis am Bahnhof b^{an}_l, um mit einen Zug vom vom Typ $z \in \mathcal{Z}_l$ nach der Fahrt $l \in \mathcal{F}$ eine Bahnsteigwende durchzuführen.

$w_{MWZII}(l,z)$ Mindestwendezeit, nach der ein Zug vom Typ $z \in \mathcal{Z}$ am Bahnhof b_l^{an} frühestens wieder für eine Fahrt bereit steht, nachdem er Fahrt $l \in \mathcal{F}$ bedient hat und die bahnsteigferne Wende durchführen musste.

$\delta(f,z)$ Zeitdauer, die benötigt wird zum An- bzw. Entkoppeln, nachdem Fahrt $f \in \mathcal{F}$ an einem Kurz-/Langzugbahnhof angekommen ist und auf eine Fahrt am Lang-/Kurzzugbahnhof wechselt mit Zugtyp $z \in \mathcal{Z}$.

Die Kanten des Graphen werden in vier Gruppen unterteilt. Zum Einen gibt es die Verbindungskanten $\xi_{f,k}^{an}$ und $\xi_{f,k}^{ab}$ zwischen den Fahrtknoten und den Ereignisknoten. Ein weiterer Teil des Netzes wird durch die Abkürzungskanten $x_{l,f,z}$ aus dem *Connection Network* abgedeckt. Zum anderen werden noch Bodenkanten y_{b,z,v,v^+} zur Verbindung der Ereignisknoten untereinander benötigt und schließlich noch die Klonkanten $h^{kurz}_{v^{an},v^{ab}}$ und $h^{lang}_{v^{an},v^{ab}}$, die verschiedene Fahrzeugkombinationszeitlinien miteinander verbinden. Es seien:

$\xi_{f,k}^{an}$ Ist 1, wenn von Fahrtknoten (f,k) mit $f \in \mathcal{F}$ und Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}_f$ auf den Ereignisknoten $v_{f,k}^{an}$ gewechselt wird; sonst 0.

$\xi_{f,k}^{ab}$ Ist 1, wenn von Ereignisknoten $v_{f,k}^{ab}$ auf den Fahrtknoten (f,k) mit $f \in \mathcal{F}$ und Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}_f$ gewechselt wird; sonst 0.

$x_{l,f,k}$ Ist 1, wenn Fahrt $l \in \mathcal{F}$ auf Fahrt $f \in \mathcal{F}$ mit dem Zugtyp $z \in \mathcal{Z}$ wechselt; sonst 0.

y_{b,k,v,v^+} Die Bodenkanten y bilden den Fluss am Bahnhof b der Fahrzeugkombination k zwischen den Fahrtereignissen $[v,v^+]$ ab.

$h^{kurz}_{v^{an},v^{ab}}$ Ist 1, wenn ein Zug von einer Zeitlinie der Fahrzeugkombination $d \in \mathcal{K}^{doppel}$ auf die Zeitlinie einer zulässigen Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}^{kurz}$ wechselt, sonst 0

$h^{lang}_{v^{an},v^{ab}}$ Ist 1, wenn ein Zug von einer Zeitlinie der Fahrzeugkombination $k \in \mathcal{K}^{kurz}$ auf die Zeitlinie einer zulässigen Fahrzeugkombination $d \in \mathcal{K}^{doppel}$ wechselt, sonst 0.

Die Definitionen der Nachfolger und Vorgänger aus Abschnitt 3.2.1 bedarf einer kleinen Modifikation. Es müssen nur noch die Fahrten erfasst werden, die via

Bahnsteigwende erreicht werden können. Die restlichen gültigen Nachfolger bzw. Vorgänger werden durch die Verbindungskanten $\xi^{an}_{f,k}$ und $\xi^{ab}_{f,k}$ erfasst, wobei für die Definition der Ankunftsereignisknoten noch ein erweiterter Ankuntszeitpunkt $t^{an''}_{f,k}$ herangezogen wird. Es ist also:

$$t^{an'}_{f,k} := t^{an}_{f,k} + w_{MWZI}(f,k)$$

$$t^{an''}_{f,k} := t^{an}_{f,k} + w_{MWZII}(f,k)$$

,

wobei $t^{an''}_{f,k}$ bereits in der Definition der Knoten $v^{an}_{f,k}$ verwendet wurde.

$$\mathcal{N}_{f,k} := \left\{ l \in \mathcal{F} \;\middle|\; \begin{array}{l} k \in \mathcal{K}_l \\ b^{an}_f = b^{ab}_l \\ t^{an'}_{f,k} < t^{ab}_{l,k} \end{array} \;,\; t^{ab}_{l,k} < t^{an}_{f,k} + w_{kurz}(f,k) \right\} \cup \{\circ\}$$

$$\mathcal{N}^{-1}_{f,k} := \left\{ l \in \mathcal{F} \;\middle|\; \begin{array}{l} k \in \mathcal{K}_l \\ b^{an}_l = b^{ab}_f \\ t^{an'}_{l,k} < t^{ab}_{f,k} \end{array} \;,\; t^{ab}_{f,k} < t^{an}_{l,k} + w_{kurz}(l,k) \right\} \cup \{\circ\}$$

Weitere benötigte Nachfolger- und Vorgängermengen werden hier nicht erneut aufgeführt. Bezüglich der Definitionen sei auf den Abschnitt 3.2.3 verwiesen.

3.3.2 Formulierung des Hybriden Netzwerks als MIP

Wir übersetzen den Graphen aus Abbildung (3.7) in folgendes gemischt ganzzahlige Programm (**MIP4**):

$$\textbf{Maximiere} \quad \sum_{f\in\mathcal{F}}\sum_{k\in\mathcal{K}_f} p_{f,k}\Big(\xi^{an}_{f,k}+\sum_{l\in\mathcal{N}_{f,k}} x_{f,l,k}\Big) \tag{3.28}$$

u.B.v. *(Zuordnungsbedingung)*

$$\sum_{k\in\mathcal{K}_f}\left(\xi^{an}_{f,k}+\sum_{l\in\mathcal{N}_{f,k}} x_{f,l,k}\right) = 1 \qquad \forall f\in\mathcal{F} \tag{3.29}$$

(Bedingung der Eindeutigkeit)

$$\begin{aligned} h^{lang}_{v,w}+\sum_{u\in\Xi^{lang}_v}\sum_{(r;s)\in\Phi^{lang}_u,(r;s)=(v;w)} h^{lang}_{r,s} &= 2 \qquad \forall v\in\mathcal{V}^{kurz} \\ & \qquad\quad \forall w\in\mathcal{V}^{lang} \\ h^{kurz}_{v,w}+\sum_{u\in\Xi^{kurz}_w}\sum_{(r;s)\in\Phi^{kurz}_u,(r;s)=(v;w)} h^{kurz}_{r,s} &= 2 \qquad \forall v\in\mathcal{V}^{lang} \\ & \qquad\quad \forall w\in\mathcal{V}^{kurz} \end{aligned} \tag{3.30}$$

(Flusserhaltungsbedingung)

(MIP4)

Fahrtknoten

$$\xi^{ab}_{l,k}+\sum_{f\in\mathcal{N}^{-1}_{l,k}} x_{f,l,k}-\xi^{an}_{l,k}-\sum_{m\in\mathcal{N}_{l,k}} x_{l,m,k} = 0 \qquad \forall l\in\mathcal{F},\ k\in\mathcal{K}_f$$

Ereignisknoten Kurzzugbahnhof

$$\begin{aligned} &\sum_{v^{an}_{f,k}=v}\xi^{an}_{f,k}+y_{v^-,v}-\sum_{v^{ab}_{f,k}=v}\xi^{ab}_{f,k}-y_{v,v^+} \\ &\quad+\sum_{w\in\Psi^{-1,kurz}_v} h^{kurz}_{w,v}-\sum_{w\in\Psi^{lang}_v} h^{lang}_{v,w} \\ &\quad+\sum_{(r;s)\in\Phi^{kurz}_v} h^{kurz}_{r,s}-\sum_{(r;s)\in\Phi^{lang}_v} h^{lang}_{r,s} = 0 \qquad \forall v\in\mathcal{V}^{kurz} \end{aligned}$$

Ereignisknoten Langzugbahnhof

$$\begin{aligned} &\sum_{v^{an}_{f,k}=v}\xi^{an}_{f,k}+y_{v^-,v}-\sum_{v^{ab}_{f,k}=v}\xi^{ab}_{f,k}-y_{v,v^+} \\ &\quad+\sum_{w\in\Psi^{-1,lang}_v} h^{lang}_{w,v}-\sum_{w\in\Psi^{kurz}_v} h^{kurz}_{v,w} = 0 \qquad \forall v\in\mathcal{V}^{lang} \end{aligned} \tag{3.31}$$

(Ressourcenbeschränkung)

$$\sum_{q\in\mathcal{K}^k}\left(\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}^{\circ,kurz}_q} y_{c,q,\circ,v}+2\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}^{\circ,lang}_q} y_{c,q,\circ,v}\right) \leq \sum_{z\in\mathcal{Z}^k}\mathcal{T}_z \qquad \forall k\in\mathcal{K} \tag{3.32}$$

(Variablendeklaration)

$$\begin{aligned}
\xi^{an}_{f,k}, \xi^{ab}_{f,k} &\in \{0,1\} && \forall f \in \mathcal{F},\ k \in \mathcal{K}_f \\
x_{f,l,k} &\in \{0,1\} && \forall f \in \mathcal{F},\ l \in \mathcal{N}_{f,k}, \\
& && k \in \mathcal{K}_f \\
h^{kurz}_{v^{an},v^{ab}} &\in \{0,1\} && v^{an} \in \mathcal{V}^{lang},\ v^{ab} \in \mathcal{V}^{kurz} \\
h^{lang}_{v^{an},v^{ab}} &\in \{0,1\} && v^{an} \in \mathcal{V}^{kurz},\ v^{ab} \in \mathcal{V}^{lang} \\
y_{b,q,v,v^+} &\geq 0 && \forall b \in \mathcal{B}, q \in \mathcal{K}, \\
& && \forall v \in \mathcal{V}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

Bei diesem auf dem *hybriden* Netzwerk aufbauenden Modell handelt es sich im Grunde um eine Modellsammlung. Nahezu alle vorhergehenden Ansätze lassen sich in der Programmformulierung wiederfinden. Sowohl das *Time-Space Network* als auch das *Connection Network* wurden bedacht, so dass in dem vorliegenden Programm Wendezeiten und Koppelungen Beachtung finden.

Die Zielfunktion (3.28) zieht sich in dieser Form durch alle Ansätze. Der einzige Unterschied ist das Einbeziehen zweier Entscheidungsvariablen in die Zielfunktion. Dies ist darauf zurückzuführen, dass hier zwei verschiedene Netzwerke übereinander liegen. Sowohl die Abkürzungskanten aus dem *Connection Network* als auch die Verbindungskanten aus dem *Time-Space Network* können Zügen gewinnbringend zugewiesen werden. Aus diesem Grund müssen auch beide Kantenarten in die Zuordnungsbedingung (3.29) eingebunden werden. Natürlich gilt auch hier, dass eine Fahrt nur genau einer Fahrzeugkombination zugewiesen werden darf. Die daran anschließenden Bedingungen (3.30) sind genau so aus dem Abschnitt 3.2.3 übernommen worden. Für die Flussbedingungen (3.31) gilt ebenfalls, dass zwei Netzwerke und daher auch zwei verschiedene Knotentypen zu berücksichtigen sind. Die weitere Unterteilung der Ereignisknoten in „Langzugknoten“und „Kurzzugknoten“ist eine direkte Folge der Fähigkeit des Modells auch Koppelungen abzubilden. Die Ressourcenbedingung (3.33) wurde ebenso wie die Bedingungen (3.30) aus dem Abschnitt 3.2.3 übernommen. Für die Variablendeklaration (3.33) gilt auch wieder, dass die Bodenkanten y keiner genaueren Beschränkung bedürfen, da die Ganzzahligkeit sich direkt aus der Definition der Entscheidungsvariablen ergibt.

3.4 Fazit

Nach detaillierter Darlegung der Entwicklung des *Hybrid-Netzwerks* via *Connection Network* und *Time-Space Network* ist die Komplexität des Modells nicht mehr zu leugnen. Die Berücksichtigung bahnspezifischer Besonderheiten lässt sich teuer mit einer Vielzahl ganzzahliger Variablen erkaufen. Die Lösbarkeit des *Hybrid-Netzwerks* ist daher in Frage zu stellen. An Hand eines Beispiels wird die einfachste Modellierungsinstanz (**IP1**) gelöst und das Ergebnis in Kapitel **??** vorgestellt. Bei Betrachtung des Beispiels darf nicht vergessen werden, dass es sich lediglich um die Lösung des Zuordnungsproblems handelt. Das Umlaufproblem, welches auch in Abstimmung mit dem Zuordnungsproblem zu lösen ist, wurde bislang nicht angegangen. In den nachfolgenden Kapiteln wird diesem Anspruch, der parallelen Lösung von Umlauf- und Zuordnungsproblem, entsprechende Aufmerksamkeit durch Entwicklung einer adäquaten ad-hoc Heuristik geschenkt.

Um nun realen Anforderungen in Bezug auf die mathematische Modellierung gerecht zu werden, ist die Einbindung der bislang unberücksichtigten Wartungsarbeiten unabdingbar. Eine Lösung, welche die Wartung der Fahrzeuge nicht beachtet, kann daher nicht als optimal angesehen werden. Aus diesem Grund wird das *Problem der Wartung* erneut in Kapitel 6 aufgegriffen.

Nachfolgend werden allerdings zunächst *ad-hoc Heuristiken* zur Lösung der RSR Probleme analysiert und vorhandene Verfahren verbessert. Hierbei sei darauf hingewiesen, dass die Lösung des Umlaufproblems, welches bei der Behandlung des Zuordnungsproblemes noch nicht angesprochen wurde, Beachtung findet.

Kapitel 4

Strategien zur Fahrzeugdimensionierung

Die genaue Ermittlung des Fahrzeugbedarfs ist ein bekanntes Problem. Das Kapitel *Strategien zur Fahrzeugdimensionierung* gibt einen Überblick über verschiedene Strategien und Verfahren. Zum besseren Verständnis werden in chronologischer Reihenfolge alle Entwicklungsschritte des heuristischen Ansatzes vorgestellt.

Eine grobe Unterteilung ergibt drei Entwicklungsstadien. Anhand eines seperat eingeführten Beispiels wird abschließend der aktuelle Stand des zuletzt implementierten Verfahrens erläutert.

Den Anfang bildet eine Einführung in die Begrifflichkeiten und die den Strategien zu Grunde liegende Idee. Anschließend wird Strategie I vorgestellt. Sie beschreibt einen ersten Ansatz der Fahrzeugdimensionierung. Grundlage sind durchschnittliche Werte, die auf Linienbasis gebildet werden.

Darauf aufbauend folgt Strategie II. Dargestellt wird die Berechnung der durchschnittlichen Werte. Die zu Strategie I unterschiedliche Berechnungsmethode behebt zum Teil die in dieser Strategie auftauchenden Nachteile. Anschließend werden im Rahmen einer dritten Strategie weitere Verbesserungen vorgenommen. Den Schluss bildet ein Rechenbeispiel, welches im nachfolgenden Kapitel zu Vergleichszwecken erneut aufgegriffen wird.

4.1 Begriffliche Einführung in die Fahrzeugdimensionierung

Um eine kurze Einführung in die verwendeten Begriffe zu erhalten, werden im nachfolgenden Abschnitt die wichtigsten Definitionen wiedergegeben.

Im Zusammenhang mit der Fahrzeugdimensionierung wird häufig der Begriff

der *Pkm* verwendet. Die sogenannten *Personenkilometer* werden aus der Anzahl der beförderten Personen multipliziert mit der Reiseweite je Person in Kilometern berechnet. Nicht nur in dem Kontext der Fahrzeugdimensionierung spielen die Pkm eine Rolle. Insbesondere auch bei dem Vergleich verschiedener Angebotskonzepte taucht wiederholt dieser Begriff auf. Die Pkm geben demnach Aufschluss über die zu erwartende Besetzung eines Zuges bzw. einer Fahrt.

Definition 4.1. *Personenkilometer*

Mit Personenkilometern (Pkm) bezeichnet man das Produkt aus der Anzahl beförderter Personen und der Reiseweite in Kilometern. Es gilt also

$$Pkm := Anzahl\ Passagiere * Reiseweg\ \ je\ Person$$

Die *Sitzplatzkilometer* (Skm) beschreiben im Grunde die Kehrseite der Medaille. Sie geben Informationen über die zur Verfügung stehenden Kapazitäten. Die *Skm* ergeben sich aus der Multiplikation der vorhandenen Sitzplätze mit der Reiseweite in Kilometern.

Definition 4.2. *Sitzplatzkilometer*

Mit Sitzplatzkilometer (Skm) bezeichnet man das Produkt aus der Anzahl der verfügbaren Sitzplätze und der Reiseweite/ Fahrtlänge in Kilometern. Es gilt also

$$Skm := Anzahl\ Sitzplätze * Fahrtlänge$$

Der Wert gibt Auskunft über die Kapazitäten einer Fahrt.

Der *Doppelzugfaktor*, ein Begriff, der speziell dem Metier der Fahrzeugdimensionierung zuzurechnen ist, bezeichnet eine Grösse, die angibt, wieviel zusätzliche Kapazitäten je Linie benötigt werden, um die aufkommende Besetzung bewältigen zu können. Es handelt sich hierbei um ein Hilfsmittel zur Abschätzung des Fahrzeugbedarfs. Eine konkrete Dimensionierung ist mittels dieses Faktors nicht explizit möglich. Unter einer konkreten Dimensionierung versteht man die Zuweisung einzelner Züge zu Fahrten, so dass ein Umlauf berechnet werden kann. Da die Berechnungsweise des Doppelzugfaktors sich noch in den folgenden Abschnitten verändern wird, wird dessen Berechnung zu gegebener Zeit näher definiert.

Der Fahrzeugbedarf ergibt sich durch Multiplikation des angesprochenen Faktors mit dem Grundbedarf an Fahrzeugen jeder Linie. Der berechnete zusätzliche Bedarf an Fahrzeugen wird mit *Doppelzuganteil* bezeichnet.

Des Weiteren werden Begriffe verwendet wie *Überbesetzung* und *Unterbesetzng* oder *Auslastungsgrenzen*. Mit Auslastung bezeichnet man die Inanspruchnahme von Transportkapazitäten. Sind die Kapazitäten erschöpft, so ist die Ausla-

stungsgrenze erreicht. Wird diese Grenze überschritten, so sprechen wir von einer Überbesetzung, im umgekehrten Fall von einer Unterbesetzung.

Zuletzt folgen die *Über-Pkm*. Diese umschreiben den Teil der Pkm, die oberhalb der Auslastungsgrenze liegen. Die Über- Pkm stellen die Basis der nachfolgenden Überlegungen dar.

Die anschließenden Abschnitte geben jeweils zusätzliche Informationen bezüglich der verwendeten Begriffe und erläutern diese anhand von Grafiken.

4.2 Fahrzeugdimensionierung – Strategie I

Strategie I repräsentiert die ersten Schritte der automatischen Fahrzeugdimensionierung. Sie basiert auf durchschnittlichen Werten, die aus den durchschnittlichen Besetzungen errechnet werden. Hierbei wird die gesamte Besetzung einer Linie betrachtet, was sowohl Überbesetzungen als auch Unterbesetzungen umfasst. Diese Durchschnittswerte fließen in die Berechnung des Doppelzugfaktors ein.

Dieser Faktor gibt daraufhin die Anzahl der zusätzlich benötigten Kapazitäten je Linie an. Basierend auf einer linienfeinen Betrachtung werden auf diese Weise langfristig gesehen ausreichend genaue Aussagen über den zu erwartenden Fahrzeugbedarf getroffen. Die sich in einem Zeitraum von 10-15 Jahren vor Fahrplaneinführung befindliche Langfristprognose erwarten als Ergebnis lediglich ein grobes Linienkonzept. Für diese Zwecke ist ein pauschaler Wert je Linie wie der Doppelzugfaktor ausreichend.

Definition 4.3. *Doppelzugfaktor*

Gegeben seien die Pkm und die Skm je Linie. Des Weiteren sei eine Zielgröße α festgelegt, welche die durchschnittliche Zielauslastung eines Zuges der Linie wiederspiegelt. Der Doppelzugfaktor δ je Linie berechnet sich dann wie folgt:

$$\delta := \frac{Pkm\ \ je\ Linie}{\alpha * Skm\ \ je\ Linie} + 1$$

Mit dem so definierten Doppelzugfaktor δ erhalten wir folgende Strategie I:

Definition 4.4. *Strategie I*

Gegeben seien die Pkm, die Skm und die Anzahl der Fahrten je Linie. Des Weiteren sei eine Zielgröße α festgelegt, welche die durchschnittliche Zielauslastung eines Zuges der Linie wiederspiegelt. Der Doppelzugfaktor δ wird, wie in Definition 4.3 festgesetzt, berechnet. Mit Strategie I sei folgendes Vorgehen bezeichnet:

1. *Lege Zielgröße α für die durchschnittliche Auslastung der Linie fest.*

2. *Berechne die Pkm und Skm je Linie.*
3. *Berechne den Doppelzugfaktor δ.*
4. *Berechne Anteil der zu verstärkenden Fahrten.*

$$\textit{Anzahl Doppelzüge} := \begin{cases} 0, \ falls\ \delta \leq 1 \\ \textit{Anzahl Fahrten je Linie} * (\delta - 1), \ falls\ 1 < \delta \leq 2 \\ \textit{Anzahl Fahrten je Linie} * 2, \ falls\ \delta > 2 \end{cases}$$

Schwierigkeiten entstehen bei dem Übergang zur kurzfristigen Planungsstufe, wenn ein erhöhter Detaillierungsgrad benötigt wird. Hierbei ergeben sich bedeutende Nachteile durch Fahrtabschnitte, die unterhalb der Auslastungsgrenze eines Kurzzuges liegen. Es muss beachtet werden, dass ein gegebener Fahrplan zumindest mit einem Minimum an Kapazitäten ausgestattet werden muss. Dies bedeutet, dass in jedem Fall ein Kurzzug je Fahrt eingesetzt wird. Seine Besetzung darf daher keinen Einfluss auf den Doppelzugfaktor ausüben.

Der Faktor steigt bzw. fällt jedoch bereits bei größeren Schwankungen der Besetzung eines Kurzzuges, obwohl diese unter Umständen gar keine Verletzung der Auslastungsgrenzen zur Folge haben.

In Abbildung (4.1) lässt sich ein Ansteigen der Pkm beobachten, welches beispielsweise durch eine Änderung des Angebots hervorgerufen wird. Man beachte, dass die obere Grenze der Kurzzugkapazitäten noch nicht erreicht wird, obwohl die Pkm-Zahlen steigen. Folglich sollte der Doppelzugfaktor in diesem Fall nicht ansteigen, was jedoch eintritt, wenn Strategie I agiert.

Ein weiterer Nachteil, der diesem Verfahren anhaftet, ist die Unfähigkeit, die Verstärkerleistung konkreten Fahrten zuzuordnen, wie es in der Kurzfristplanung auf Grund des erhöhten Detaillierungsgrades erwartet wird.

Durch die Betrachtung durchschnittlicher Werte ist es im Nachhinein nicht möglich, die einzelnen Fahrten zu lokalisieren, die ursächlich der Grund für die zusätzliche Leistung waren.

Wir gehen daher über zu Strategie II.

4.3 Fahrzeugdimensionierung – Strategie II

Da Strategie I in der Kurzfristplanung nicht zielführend ist, wird die Methode der Berechnung des Doppelzugfaktors in diesem Abschnitt entsprechend modifiziert. Obwohl die Betrachtung noch immer linienweise geschieht und die explizite Dimensionierung einzelner Fahrten demnach noch zurückgestellt wird, ist die Berechnung des Pauschalwertes robuster geworden. Das Problem der schwach ausgelasteten Abschnitte, die durch Schwankungen ihrer Bestzungszahlen Einfluss auf

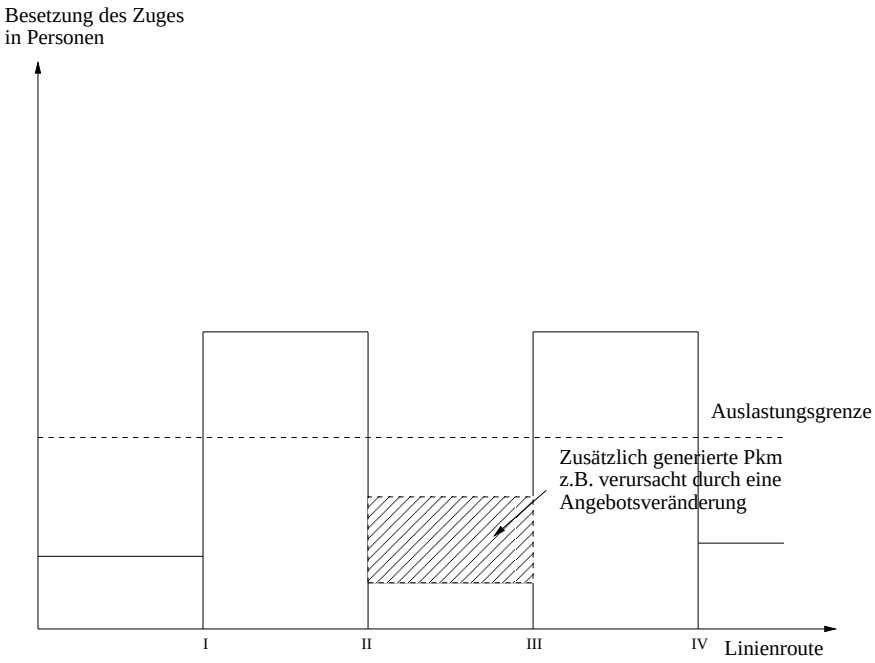


Abbildung 4.1: *Der Nachteil des alten Doppelzugfaktors. Zu sehen ist ein Beispiel einer Fahrt bestehend aus mehreren Fahrtabschnitten. Die jeweiligen Besetzungen der Fahrtabschnitte sind auf der Fahrtroute abgetragen. Der Anstieg der PKM in Abschnitt II-III erreicht nicht die obere Auslastungsgrenze. Demnach sollte der Anstieg keinen Einfluss auf den Doppelzugfaktor nehmen.*

den Pauschalwert nehmen, obwohl kein Überschreiten der Auslastungsgrenze eines Kurzzuges gegeben ist, wird behoben.

Die in einem Fahrplan enthaltenen Fahrten sind als gegeben zu betrachten und müssen bedient werden. Für den Fahrzeugeinsatz bedeutet dies, dass auf jeder Fahrt mindestens ein Kurzzug eingesetzt werden muss. Dieser Kurzzug, die Grundausstattung jeder Fahrt, kann daher als fix betrachtet werden. Dem zu Folge hat die Auslastung des Kurzzuges keinen Einfluss auf den Doppelzuganteil, wie bereits im vorangegangenen Abschnitt angesprochen wurde. In die Berechnung des Doppelzugfaktors sollten daher nur jene Pkm einfließen, die sich oberhalb der Auslastungsgrenze eines Kurzzuges befinden. Wir bezeichnen diese als **Über-Pkm**.

Abbildung (4.2) veranschaulicht die Über-Pkm nochmals. Der relevante Bereich ist schraffiert dargestellt.

Definition 4.5. *Über-Pkm je Fahrtabschnitt*

Bekannt seien die Pkm und die Skm je Fahrtabschnitt und die Auslastungsgrenze λ eines Langzuges. Zudem sei eine feste Zielgröße α für die durchschnittliche Auslastung eines Kurzzuges gewählt. Dann bezeichnen die Über- Pkm den Teil der

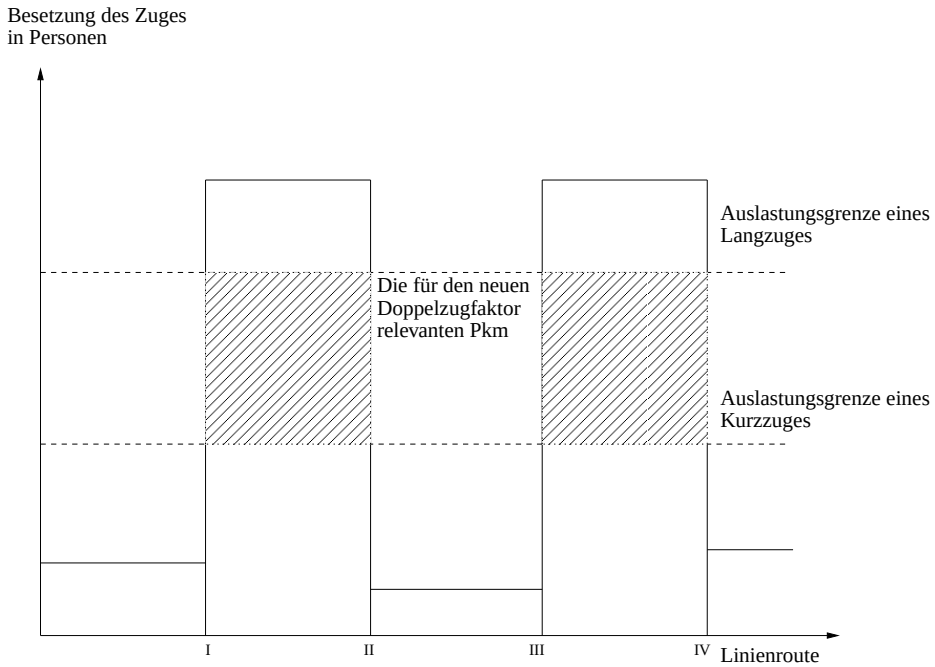


Abbildung 4.2: *Abbildung der Relevanten Pkm. Dargestellt ist ein weiteres Beispiel einer Fahrt mit mehreren Abschnitten. Die verschiedenen Abschnitte weisen sehr unterschiedliche Besetzungen auf. Für Strategie II ergibt sich hieraus, dass lediglich die Über-Pkm aus den Abschnitten I-II und III-IV mit in die Berechnung des Doppelzugfaktors einfließen.*

Summe der Pkm, die sich oberhalb der Kurzzugkapazität bzgl. der durchschnittlichen Auslastung α und unterhalb der Auslastungsgrenze eines Langzuges befinden. Es ist also:

$$\ddot{U}ber - Pkm \ \ je \ Fahrt := max(min(Pkm, \lambda * Skm) - \alpha * Skm, 0)$$

Die Über-Pkm je Fahrt ergeben sich direkt aus der Summierung der Über-Pkm der einzelnen Fahrtabschnitt einer Fahrt. Zur Berechnung der Über-Pkm je Linie werden die Über-Pkm der Fahrten aufaddiert, die der jeweiligen Linie angehören.

Diese Überlegung beinhaltet allerdings auch, dass Über-Pkm, die die Auslastungsgrenze des zusätzlichen Zuges (im Fall der Triebzüge) überschreiten, unbeachtet bleiben. Denn Pkm, die das Maximum an Sitzplatzkapazität überschreiten, können in keinem Fall realisiert werden und brauchen daher ebenfalls nicht die Berechnung des Doppelzugfaktors zu beeinflussen. Auf diese Weise vermeiden wir Verfälschungen des Doppelzugfaktors durch Pkm Schwankungen in den nicht relevanten Bereichen.

Definition 4.6. *Doppelzugfaktor neu*

Gegeben seien die Über- Pkm und die Skm je Linie. Des Weiteren sei eine Zielgröße β festgelegt, welche die gewünschte Zielauslastung des zusätzlichen Zuges der Linie wiederspiegelt; d.h. die Auslastungsgrenze, ab welcher sich der Einsatz eines zusätzlichen Zuges lohnt. Der Doppelzugfaktor δ' je Linie berechnet sich dann wie folgt:

$$\delta' := 1 + \frac{\ddot{U}ber - Pkm \ je \ Linie}{\beta * Skm \ je \ Linie}$$

Mit dem so definierten neuen Doppelzugfaktor δ' erhalten wir folgende Strategie II:

Definition 4.7. *Strategie II*

Gegeben seien die Über-Pkm, die Skm und die Anzahl der Fahrten je Linie. Des Weiteren sei eine Zielgröße β festgelegt, welche die gewünschte Zielauslastung des zusätzlichen Zuges der Linie wiederspiegelt; d.h. die Auslastungsgrenze, ab welcher sich der Einsatz eines zusätzlichen Zuges lohnt. Der Doppelzugfaktor δ' wird, wie in Definition 4.6 festgesetzt, berechnet. Mit Strategie II sei dann folgendes Vorgehen bezeichnet:

1. *Lege Zielgröße β für die durchschnittliche Zielauslastung des zusätzlichen Zuges der Linie fest.*
2. *Berechne die Über-Pkm und Skm je Linie.*
3. *Berechne den Doppelzugfaktor δ'.*
4. *Berechne Anteil der zu verstärkenden Fahrten.*

$$Anzahl \ Doppelzüge := \begin{cases} 0, \ falls \ \delta' \leq 1 \\ Anzahl \ Fahrten \ je \ Linie * (\delta - 1), \ falls \ 1 < \delta' \end{cases}$$

Obwohl mit der Beschränkung der Pkm im Zuge der zweiten Strategie die Schwankungsprobleme gelöst wurden, bleiben noch immer die Schwierigkeiten der Mittel- und Kurzfristplanung erhalten. Die fehlende Genauigkeit bei der Dimensionierung muss daher im nächsten Schritt behandelt werden.

4.4 Fahrzeugdimensionierung – Weitere Schritte und Ideen

Die Weiterentwicklung der zweiten Strategie beinhaltet erneut eine präzisere Definition der relevanten Pkm. In diesem Zusammenhang entstand ein raffiniertes

neues Auswahlverfahren der Pkm, welche in die Berechnung mit einfließen sollen. Darüber hinaus bieten die Verbesserungen eine Zuordnung der einzelnen Verstärkerleistungen zu den jeweiligen Fahrten. So wird fahrtgenau dimensioniert, was bislang durch ein liniengenaues Vorgehen behindert worden war.

Nichtdestotrotz wird Strategie 2 weiterhin in der langfristigeren Planung angewendet. Die Ergebnisse werden bis in die kurzfristige Planung übertragen und als obere Schranke für die Anzahl der benötigten zusätzlichen Züge verwendet. Die neue Definition der relevanten Pkm fließt lediglich in die fahrtgenaue Dimensionierung.

Nachfolgend wird die neue Überlegung zur Berechnung der Über- Pkm vorgestellt. Daran anschließend wird eine fahrtgenaue Dimensionierung eingeführt und abschließend werden die mit dieser Strategie auftretenden Vor- und Nachteile besprochen.

4.4.1 Einführung einer differenzierteren Berechnung der Über- Pkm

Wie bereits erwähnt liegt die Verbesserung der Strategie 2 darin begründet, dass nur noch relevante Pkm betrachtet werden. Die neue Definition der **Über-Pkm** ähnelt der Definition aus Strategie 2. Im nachfolgenden Ansatz wird nun zusätzlich noch innerhalb der relevanten Pkm (Über-Pkm) differenziert.

Wie in Abbildung (4.3) zu sehen ist, sind verschiedene Schichten eingeführt worden. Ausgehend von dem Fall, dass lediglich ein Kurzzug eingesetzt wird, nehmen wir an, dass die Bedeutung der Pkm für einen weiteren Zug steigt, je stärker ein Abschnitt ausgelastet ist. Aus diesem Grund sollten die Pkm, je nachdem in welchem Bereich sie sich befinden, gewichtet werden. Es ist der Versuch, die Bedeutung eines zusätzlichen Zuges abzuschätzen. Pkm in den oberen Bereichen sollten daher stärker gewichtet werden als die Pkm in den unteren Bereichen.

Die Abbildung (4.3) zeigt die Einteilung der relevanten Pkm in die angesprochenen Schichten. Die angegebenen Grenzen in Prozent sind individuell wählbar und können bei Bedarf der Problemstellung und den aktuellen Gegebenheiten angepasst werden. Auch die Gewichtung ist zu einem gewissen Grad veränderbar.

Wie zuvor werden noch immer Pkm einbezogen, die sich zwischen der optimalen Auslastung eines Kurzzuges und der Auslastungsgrenze eines Doppel- bzw. Langzuges befinden. Pkm außerhalb dieser festgelegten Schranken werden abgeschnitten. Die übergebliebenen Pkm werden gewichtet in die Berechnung einbezogen.

Die untere Grenze wurde in der Abbildung bei 60% gesetzt. Dies bedeutet, dass wenn ein Kurzzug zu 60% gefüllt ist, die restlichen Pkm als Über- Pkm gelten, wobei natürlich die obere Schranke noch zu berücksichtigen ist, die durch die maximale Auslastung des zusätzlichen Zuges bestimmt wird. Weiter bedeutet die-

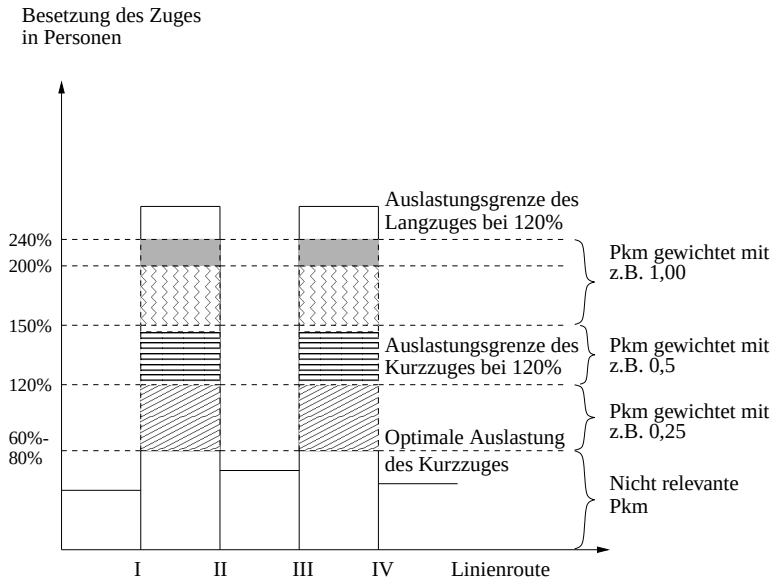


Abbildung 4.3: *Die Gewichtung der Über-Pkm. Die Einteilung der Über- Pkm in Schichten mit unterschiedlicher Gewichtung ist ein erster Versuch die mit steigenden Über- Pkm zunehmende Notwenigkeit einer zusätzlichen Traktion abzubilden. Die oberste Schicht wird mit 1 gewichtet die mittlere Schicht mit 0,5 und die unterste mit 0,25.*

se relativ niedrige untere Schranke, dass die Pkm der ersten Schicht lediglich mit 0,25 gewichtet werden. Diese Wahl wird der Annahme gerecht, dass drei von vier Personen in dieser Schicht noch mit dem Kurzzug fahren, während der vierten Person der Zug zu voll ist und diese daher eine alternative Transportmöglichkeit wählt. Bei Einsatz eines Langzuges würde demnach lediglich die vierte Person von einer weiteren Benutzung des Zuges überzeugt werden.

Bei der darauffolgenden Schicht, lässt die Bereitschaft der Personen nach, sich doch noch in den Kurzzug trotz seiner Fülle zu setzen. Nur jede 2. Person entscheidet sich für den Kurzzug. Die Notwendigkeit, einen zweiten Zug anzukoppeln, wächst also mit steigender Schicht. In der obersten Schicht sind demnach alle Personen zu zählen, da vermutlich alle dem dann längst überfüllten Kurzzug entsagen würden.

Definition 4.8. *Gewichtete Über-Pkm je Fahrtabschnitt*

Gegeben sei eine bestimmte Anzahl n von horizontalen Schichten $\sigma_1, ..., \sigma_n$, in welche die Über-Pkm je Fahrtabschnitt eingeteilt werden. Je Schicht sei ein Gewichtungsfaktor γ festgesetzt und die Pkm je Schicht seien bekannt. σ_n sei die oberste und σ_1 die unterste Schicht und es gelte $\gamma_n > \gamma_{n-1} > ... > \gamma_1$. Dann sind

$$Gew.\ddot{U}ber - Pkm\ \ je\ Fahrtabschnitt := \sum_{i=1}^{n} (\gamma_i * \sigma_i)$$

die gewichteten Über-Pkm je Fahrtabschnitt. Die gewichteten Über-Pkm je Fahrt bzw. je Linie werden direkt durch Summierung der gewichteten Über-Pkm über die Fahrtabschnitte bzw. Fahrten berechnet.

4.4.2 Verteilung der zusätzlichen Kapazitäten auf die stärksten Fahrten

Mit der neuen Berechnung der relevanten Pkm wird nun zusätzlich eine fahrtgenaue Dimensionierung angestrebt. Es werden die am stärksten belasteten Fahrten mit zusätzlichen Kapazitäten bestückt. Dies sind die Fahrten, die die höchsten Über- Pkm- Zahlen aufweisen. Sortiert nach Über- Pkm werden in absteigender Reihenfolge die Verstärker auf die einzelnen Fahrten verteilt. Die Verteilung erfolgt solange noch Fahrzeuge verfügbar sind. Anschließend wird erneut ein Umlauf generiert, der diesmal die zusätzlichen Fahrzeuge mit einbezieht.

Weitere Überlegungen bezüglich der Verbesserung der Strategien beinhalten die Anpassung der dritten Schicht. Im Grunde sollte diese dem selben Effekt erliegen wie die erste Schicht. Zumindest Teile der dritten Schicht der Über-Pkm werden auf Grund der hohen Auslastung des zusätzlichen Zuges alternative Reisemöglichkeiten suchen. Diese Überlegung wird erneut in Strategie 3 aufgegriffen.

Bei der Verstärkung einer Fahrt werden alle Abschnitte dieser Fahrt gestärkt. Dies betrifft auch Abschnitte, deren Auslastung nicht die 60% Hürde überschreiten. In weiterführenden Überlegungen kann also die abschnittsweise Verstärkung mit in Betracht gezogen werden, was im Rahmen dieser Arbeit allerdings nicht geschehen soll.

4.4.3 Probleme und Schwierigkeiten, die bei Anwendung der vorliegenden Strategie (Stärkung starker Fahrten) auftauchen

Abbildung (4.4) und (4.5) zeigen nochmals die Probleme, denen durch die Gewichtung der verschiedenen Schichten der relevanten Pkm aus dem Weg gegangen werden soll.

Nehmen wir an, wir gewichten nicht die relevanten Pkm. Dennoch werde eine automatische Zuordnung durchgeführt. Das Programm würde dann vermutlich nicht der in Abbildung (4.4) dargestellten Fahrt als erstes zusätzliche Kapazitäten zuordnen, sondern eher der Fahrt in Abbildung (4.5). Fahrten mit gleichbleibender relativ schwacher Auslastung bzgl. des zusätzlichen Fahrzeuges sollten jedoch nicht zu sehr bevorzugt werden. Denn Fahrten mit extremen Auslastungsspitzen besitzen unter Umständen eine höheren Notwendigkeit für zusätzliche Kapazitäten und sollten daher nicht hinten angestellt werden.

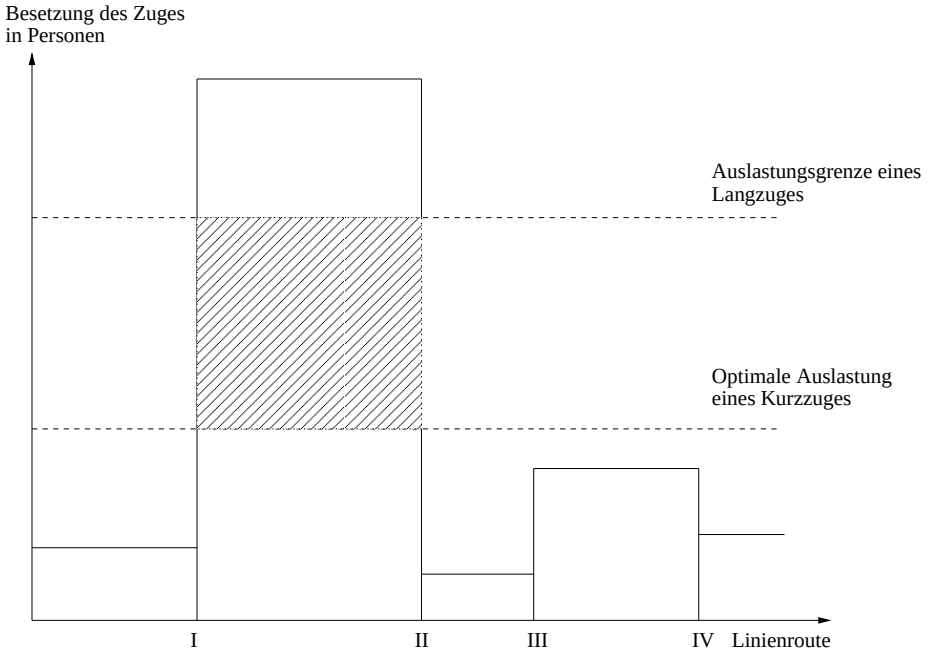


Abbildung 4.4: *Abbildung isolierter Spitzen. Unter Umständen können einzelne Abschnitte einer Fahrt besonders stark ausgelastet sein. Diese Abschnitte erzwingen den Einsatz von Doppeltraktionen. Ein großer Teil der schraffierten Pkm ginge bei fehlendem Einsatz zusätzlicher Kapazitäten verloren.*

Während unserer Überlegungen bezüglich weiterer Fortschritte konnten das Problem der Gleichberechtigung der Fahrten und vor allem das Problem der Generierung glatter bzw. guter Umläufe nicht zufriedenstellend gelöst werden. Letzteres Problem wurde verschärft durch den Effekt der bevorzugten Verteilung von zusätzlichen Zügen auf die *Rush-Hour* Zeiten. Da sich zu diesen Tageszeiten die am stärksten ausgelasteten Fahrten befinden, konzentrierte sich die Verteilung auf diese Bereiche. Die Folge war ein erhöhter Fahrzeugbedarf, was eben dadurch begünstigt wurde, dass eine parallele Verstärkung sämtlicher Fahrten zu besagten Zeiten stattfand.

Darüberhinaus liegen noch keine Erfahrungswerte vor bezüglich der Zielgrößen α und β.

Ein neuer Ansatz soll im Folgenden diese Schwierigkeit beseitigen.

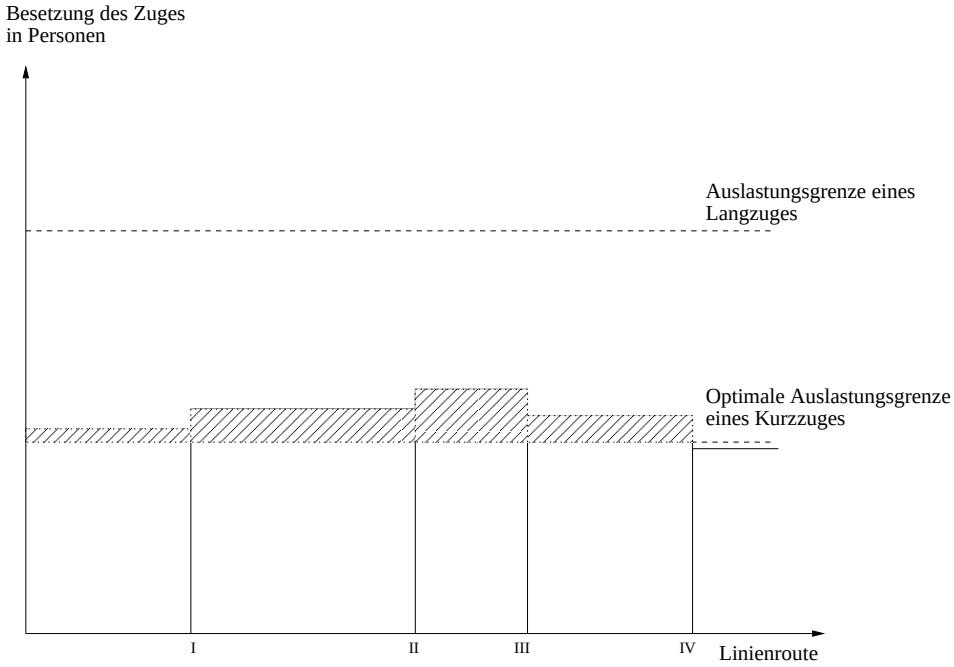


Abbildung 4.5: *Der abgebildete Abschnitt ist durchgehend gut ausgelastet. Da die Auslastung sich noch nicht in signifikant hohen Bereichen bewegt, wäre der Einsatz eines Doppelzuges hier nicht zwingend notwendig.*

4.5 Das Potential weiterer Optimierungsbemühungen (Strategie III)

Der bislang implementierte Ansatz, der die Zuordnung zusätzlicher Züge zu einzelnen Fahrten berücksichtigt, birgt noch verschiedene Schwächen. Zum einen bedarf die im vorherigen Abschnitt erwähnte Bevorzugung der Rush-hour Zeiten einer erneuten Überlegung. Der auf diese Weise verursachte Fahrzeugbedarf übersteigt bei Weitem die obere Grenze der verfügbaren Züge. Zum anderen ist auch die Gewichtung der relevanten Pkm (Über- Pkm) im Bezug auf Gleichberechtigung neu zu überdenken.

Eine der Ursachen für die Bevorzugung einiger Zeiten ist die ausschließliche Betrachtung der stärksten Fahrten. Umläufe werden hierbei nicht beachtet. Eine annehmbare Alternative wäre demnach die Zuordnung von zusätzlichen Kapazitäten zu den stärksten Umläufen. Diese mögliche Modifikation soll im Anschluss an die Vorstellung einer neuen Berechnungslogik der relevanten Pkm besprochen werden.

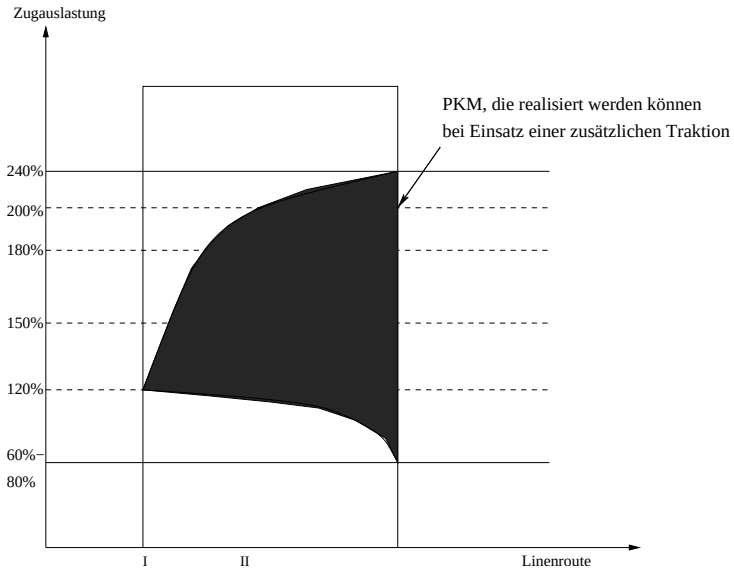


Abbildung 4.6: *Alternative Berechnungsmethode der Über-Pkm. Die schwarze Fläche repräsentiert den Anteil der Pkm, die sich realisieren lassen, wenn eine zusätzliche Traktion eingesetzt wird. Durch die beiden Kurven wird das langsam wachsende Verlangen der Fahrgäste nach zusätzlichen Kapazitäten abgebildet. Kann diesem Verlangen nicht mehr nachgekommen werden, so wandern Fahrgäste wieder ab.*

4.5.1 Alternative Berechnungsverfahren der relevanten Pkm

Bislang wurden die relevanten Pkm wie in Abbildung (4.3) dargestellt berechnet. Die Idee die Über-Pkm zu gewichten, erscheint als eine angemessene Art reale Begebenheiten zu erfassen. Da jedoch ein eher fließender Übergang zwischen den einzelnen Schichten wünschenswert ist, müssen noch weitere Modifikationen in die Berechnung integriert werden. Der aktuelle Status beschreibt eine harte Abgrenzung der einzelnen Schichten. Um der Realität etwas entgegen zu kommen, sollten zwei Funktionen verwendet werden zur Abbildung des Fahrgastverhaltens.

Wie in den Abbildungen (4.6) deutlich wird, ist das wachsende Verlangen der Fahrgäste nach zusätzlichen Kapazitäten innerhalb der ersten Schicht und somit der steigenden Notwendigkeit des Einsatzes eines Langzuges durch die erste Funktion dargestellt. Die zweite Funktion deckt die restlichen Schichten ab und das damit verbundene stärker werdende Verlangen nach alternativen Transportmöglichkeiten. Fahrgäste, die selbst in der zweiten Traktion (im Fall der ICE- Betrachtung) keinen Platz mehr finden, werden dazu übergehen andere Transportmittel in Erwägung zu ziehen. Die oberste Schicht wird demnach nicht länger mit 1 gewichtet im Gegensatz zu der bisherigen Gewichtung (siehe Abbildung (4.3)). Wir gehen also davon aus, dass mit zunehmender Fülle des Zuges die Bereitschaft, mit dem Zug zu fah-

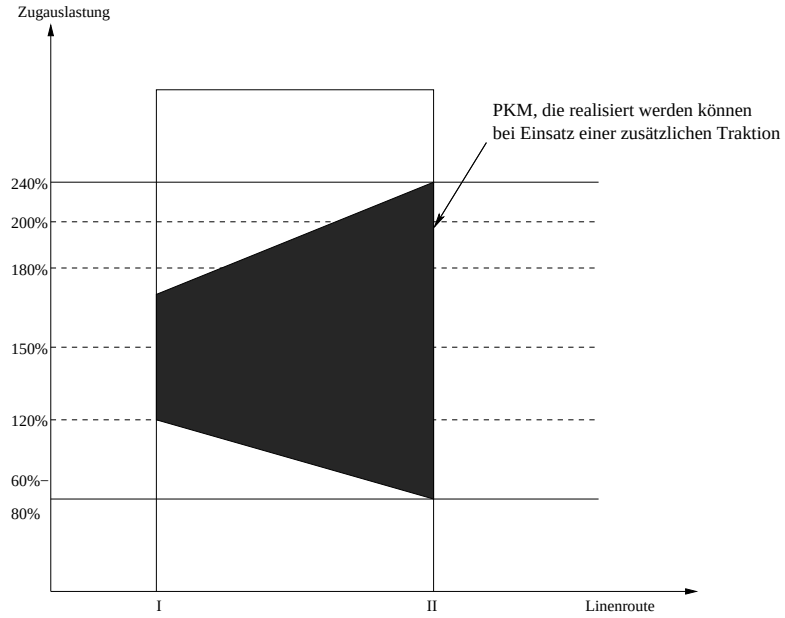


Abbildung 4.7: *Linearisierung. Zu Vereinfachung werden die Funktionen aus Abbildung 4.6 linearisiert. Es enstehen drei Schichten, von denen die obere Schicht mit ρ_1, die untere Schicht mit ρ_2 und die mittlere Schicht mit 1 gewichtet werden.*

ren, abnimmt.

Bei der Argumentation handelt es sich um dieselbe Überlegung, wie sie bereits angestellt wurde, als es um die Notwendigkeit zusätzlicher Kapazitäten bei gegebenem Kurzzug ging. Wenn der Kurzzug allmählich seine obere Auslastungsgrenze erreicht, sinkt die Bereitschaft der Passagiere, in diesen noch einzusteigen und ein zusätzlicher Zug wird benötigt. Für den Fall, dass die Verstärkerleistung bereits erschöpft ist, also z.B. eine Fahrt bereits gestärkt wurde und diese dennoch an ihre Auslastungsgrenzen stößt, wandern Fahrgäste ganz ab. Natürlich wird die Entscheidung meist nicht auf dem Bahnsteig getroffen, sondern macht sich erst bei der Wahl des Verkehrsmittels für die nachfolgenden Reisen bemerkbar.

Aus Gründen der Vereinfachung linearisieren wir die Funktionen aus Abbildung (4.6). Es verbleiben lediglich drei Schichten (siehe Abb.(4.7)). Die mittlere Schicht wird mit $\rho_2 = 1$ gewichtet. Die untere und die obere Schicht jeweils mit ρ_1 und ρ_3.

Definition 4.9. *Die Gewichtungsfaktoren ρ_1 und ρ_3*

Sei das Maximum an transportierbaren Personen $\mathcal{P}_{max1}$ bzw. $\mathcal{P}_{max3}$ je betrachtetem Abschnitt und Schicht gegeben. Weiter sei die Anzahl der voraussichtlich zu transportierenden Personen der unteren bzw. oberen Schicht aus Abbildung (4.7) mit x_1 bzw. x_3 bezeichnet. Dann sind

$$\rho_1 = \rho(x_1) := \frac{x_1^2}{2 * \mathcal{P}_{max1}^2}\ ,\ \textit{für}\ 0 \leq\ x_1 \leq \mathcal{P}_{max1}$$

und

$$\rho_3 = \rho(x_3) := \frac{x_3\left(1 - \frac{x_3}{2 * \mathcal{P}_{max3}}\right)}{\mathcal{P}_{max3}}\ ,\ \textit{für}\ 0 \leq x_3 \leq \mathcal{P}_{max3}$$

die Gewichtungsfaktoren für die obere bzw. untere Schicht eines Fahrtabschnittes.

Die Wahl der Parameter ρ_1 und ρ_3 leitet sich aus den Strahlensätzen [21] ab.

Wir erhalten nun mit den Faktoren ρ_1 und ρ_3 eine neue Definition der gewichteten Über-Pkm.

Definition 4.10. *Gewichtete Über-Pkm je Fahrtabschnitt neu*

Gegeben seien drei horizontale Schichten $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, in welche die Über-Pkm je Fahrt eingeteilt werden. Des Weiteren seien die Pkm je Schicht x_1, x_2, x_3 bekannt. Mit ρ_1 und ρ_3 aus Definition 4.9 erhalten wir:

$$\textit{Gew.Über} - \textit{Pkm je Fahrtabschnitt neu} := \rho_1 * x_1 + 1 * x_2 + \rho_3 * x_3$$

4.5.2 Besondere Beachtung der Umläufe

Nachdem der vorangegangene Ansatz, die stärksten Fahrten mit zusätzlichen Kapazitäten zu versehen, fehlschlug im Bezug auf die Minimierung der benötigten Fahrzeuge und der Generierung glatter Umläufe, liegt es nahe, sich im nächsten Schritt der Umläufe als Ganzes anzunehmen. Daher werden im Folgenden die stärksten Umläufe bestimmt und die Verstärkerleistung in absteigender Reihenfolge auf diese verteilt. So wird die Schwäche des vorangehenden Ansatzes, die Nichtbeachtung der Umläufe und die Bevorzugung der Rush-Hour Zeiten, umgangen. Nichtsdestotrotz sind auch in diesem Ansatz Probleme verborgen, die es noch zu eliminieren gilt. So gehen wir mit der Stärkung ganzer Umläufe das Risiko ein, auch sehr schwachen Fahrten zusätzliche Kapazitäten zuzuordnen. Dies geschieht, wenn schwache Fahrten Bestandteil starker Umläufe sind (siehe Abbildung (4.12)).

Definition 4.11. *Strategie III*

Sei $\mathbb{U}$ die Menge der durch ein Verfahren gegebenen Umläufe. Gegeben seien die Über-Pkm der einzelnen Fahrten je Umlauf. Mit Strategie III sei dann folgendes Vorgehen bezeichnet:

1. *Berechne Über-Pkm je Umlauf.*
2. *Führe Ranking der Umläufe nach der Summe der Über-Pkm der einzelnen Fahrten durch.*
3. *Berechne obere Schranke der Anzahl der zusätzlichen Kapazitäten mittels Strategie II.*
4. *Verteile zusätzliche Kapazitäten (Züge) in absteigender Reihenfolge auf die Umläufe bis die Kapazitäten erschöpft sind.*

Auf den ersten Blick scheint die Idee, ganze Umläufe zu stärken vernünftig. Dennoch sollten, um einen besseren Überblick über die Qualität dieses Ansatzes im Vergleich zu anderen Methoden erlangen zu können, verschiedene Kennzahlen berechnet werden. Zum Einen kann man die Anzahl an schwachen Fahrten je Umlauf betrachten. Zum Anderen darf natürlich die Zugauslastung nicht in Vergessenheit geraten.

Wir teilen die Anzahl an schwachen Fahrten durch die Gesamtanzahl an Fahrten je Umlauf. Hierbei definieren wir eine Fahrt als schwach, wenn diese keine Über- Pkm aufweist. Wir erhalten den Anteil an schwachen Fahrten bzw. an starken Fahrten je Umlauf. Es sei also

$$1 - \frac{Anzahl\ schwacher\ Fahrten\ \ je\ Umlauf}{Gesamtanzahl\ Fahrten\ \ je\ Umlauf} = Anteil\ starker\ Fahrten$$

unsere erste Kennzahl. Um die Zugauslastung mit einzubeziehen, betrachten wir die durchschnittliche Auslastung je Fahrt in einem Umlauf. D.h., wir müssen die Zugauslastung je Fahrt berücksichtigen:

$$\frac{\sum Auslastung\ aller\ Fahrten\ \ je\ Umlauf}{Gesamtanzahl\ Fahrten\ \ je\ Umlauf} = \varnothing\ Zugauslastung\ \ je\ Umlauf$$

Mittels dieser Kennzahlen können wir bereits erste Aussagen bzgl. der Qualität dieser Methode äußern und vor allem erste Verbesserungsvorschläge in Erwägung ziehen. Zur Unterstützung der Aussagekraft dieser Kennzahlen müssen allerdings noch weitere Dinge betrachtet und andere Kennzahlen generiert werden. So muss unter anderem auch die Länge der Umläufe berücksichtigt werden.

Beispielsweise kann die Betrachtung zweier Umläufe, von denen einer zwei Fahrten und der andere drei Fahrten umfasst, Konfliktsituationen auslösen, wenn die Länge mit einbezogen wird. Nehmen wir an, dass beide Umläufe in etwa die selben Pkm Zahlen je Fahrt aufweisen. In der Summe überwiegen dann natürlich die Pkm des längeren Umlaufes, was bedeuten kann, dass diesem die Verstärkerleistung zugesprochen wird. Im Schnitt allerdings käme man auf ebenso viele zufriedene Fahrgäste, wobei die Stärkung des kürzeren Umlaufes Kosten

spart. Es ist also so, dass die Methode der stärksten Umläufe den längeren Umlauf stärkte, obwohl die Stärkung des kürzeren Umlaufes eine ernsthaft in Betracht zu ziehende Variante wäre auf Grund von Kosteneinsparungen. Aus diesem Grund nehmen wir eine weitere Kennzahl in unsere Betrachtungen auf.

$$\frac{100}{Sitzkapazität * Umlauflänge} * Über\ Pkm\ je\ Umlauf = \varnothing Auslastung\ der\ zusätzlichen\ Traktion$$

Die Kennzahl gibt die durchschnittliche Auslastung der zusätzlichen Traktion wieder, wenn diese zum Einsatz käme. Sie gibt die Möglichkeit, die Zuordnung der Methode erneut zu überdenken, mit Hinblick auf Umlauflängen.

Die entwickelte Strategie III wird im Folgenden anhand einer Beispielrechnung demonstriert. Das Beispiel wird zunächst allgemein eingeführt und anschliessend durch Strategie III und später durch das *Umlauf-2-Opt* Verfahren bearbeitet.

4.6 Einführung eines Beispiels

Um die Wirksamkeit der entwickelten Ideen zu überprüfen wird in diesem Abschnitt ein Beispiel eingeführt. Dieses Beispiel wird erneut im nachfolgenden Kapitel aufgegriffen.

Nach einer kurzen Einführung und Beschreibung des Beispiels werden im Wechsel Rechnenergebnisse und Theorie präsentiert.

Wir betrachten 6 verschiedene Linien, die mit L_1 bis L_6 gekennzeichnet sind. Angewendet werden soll das zuletzt beschriebene Verfahren. Wir weisen den stärksten Umläufen zusätzliche Kapazitäten zu. Wie bereits beschrieben, werden die entsprechenden Kennzahlen berechnet.

Die gegebenen Daten umfassen Abfahrtszeiten, Ankunftszeiten und Zwischenhalte un werden im Folgenden bereitgestellt. Zudem sind Mindestwendezeiten, Zugtypen und vor allem die Besetzungszahlen hinterlegt.

Ziel ist es, die im Vorwege durch den Doppelzugfaktor vorgegebenen 8 zusätzlichen Fahrzeuge des Zugtypen *ICE3* optimal zu verteilen. Es wird davon ausgegangen, dass diese Fahrzeuge bereits zur Verfügung stehen und daher genutzt werden müssen. Die Kapazitäten sind so einzusetzen, dass eine größtmögliche Auslastung der Fahrzeuge erreicht wird.

Weitere Ziele wie der Minimierung des Doppelzuganteils sind denkbar, werden jedoch im Zusammenhang mit dem gegebenen Beispiel nicht behandelt.

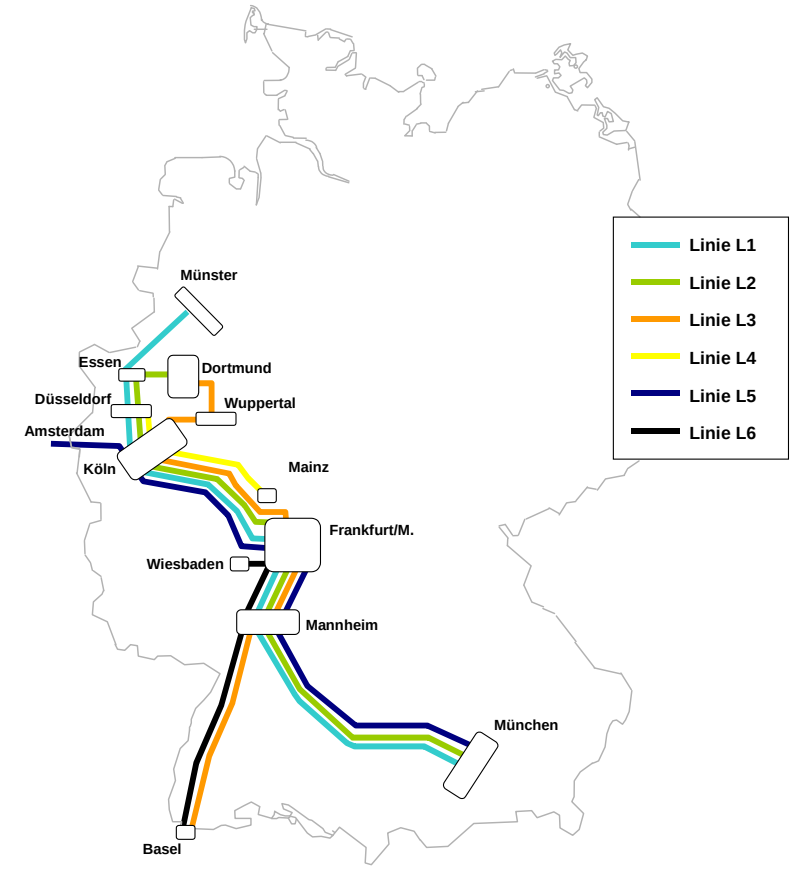


Abbildung 4.8: *Die Linien des Beispiels 4.6.*

4.6.1 Die Eingangsdaten des Beispiels

Die verschiedenen Linien des Beispiels umfassen insgesamt 78 Fahrten. Die Aufteilung der Fahrten auf die einzelnen Linien und deren Laufwege sind in nachstehender Tabelle abzulesen. Des Weiteren lassen sich die jeweiligen Fahrtlängen in Kilometern ablesen. Linie L_2 beinhaltet zusätzlich einige sogenannte Randlagen, die nicht dem gesamten Linienweg folgen, sondern auf Grund besonders früher

Abfahrtszeiten bzw. später Ankunftszeiten verkürzt wurden. Mit Randlagen werden also Fahrten bezeichnet, die sich an den Tagesrändern befinden.

Linienname	**Linienlaufweg**	**Anzahl Fahrten**	**Strecke in km**
L1	Münster - München	2	830
L2	Dortmund - Köln - München	33	758
Randlagen der L2 mit verkürztem Linienweg	Dortmund - Nürnberg	1	555
	Frankfurt - München	4	433
	Dortmund - Frankfurt	1	310
	Dortmund - Stuttgart	1	525
	Köln - München	2	639
L3	Dortmund - Wuppertal - Basel	16	645
L4	Düsseldorf - Mainz	14	228
L5	Amsterdam - München	2	900
L6	Wiesbaden - Basel	2	411

Tabelle 4.1: *Basisdaten der betrachteten Linien. Die Anzahl der Fahrten bezieht sich sowohl auf Hinrichtungen als auch Rückrichtungen. Linie L2 umfasst also täglich insgesamt 42 Fahrten.*

Um das Verfahren jedoch starten zu können, benötigt man abgesehen von den Basisdaten noch einen Initialumlauf zuzüglich der Besetzungszahlen (Über-Pkm) der einzelnen Fahrten.

Bereitgestellt werden diese Daten unter anderem in Tabelle (4.2). Weitere detailliertere Informationen, die an späterer Stelle benötigt werden, können im Anhang A.3 eingesehen werden. Dort befindet sich eine visualisierte Darstellung des Initialumlaufes mit zugehörigen Fahrzeiten und Anfangs- bzw. Endbahnhöfen. Die gewählte Darstellungsform entspricht Standartdarstellungen, die von Eisenbahnunternehmen verwendet werden [19].

4.6.2 Berechnung des Beispiels mittels Strategie III

Aufgesetzt wird auf einem durch einen Umlaufplaner berechneten Initialumlauf (siehe Tabelle(4.2)). Aus den gegebenen Daten werden die Bestzungen je Umlauf berechnet und die zusätzlich benötigten Kennzahlen ermittelt.

Die Tabelle (4.3) zeigt, die Ergebnisse nach Anwendung des Verfahrens, die stärksten Umläufe zu stärken.

Aus der Tabelle können wir nun die Zuweisung der zusätzlichen Züge ablesen. Die Anzahl der zusätzlich verteilten Züge entspricht der Zahl, die mit Hilfe des Doppelzugfaktors aus Strategie II ermittelt wurde.

Obwohl dieser Faktor sich lediglich in der Langfristplanung als *fein* genug erwiesen hat, so liefert er dennoch eine gute obere Schranke für den Doppelzuganteil je Linie. Dies bedeutet, es werden so lange zusätzliche Kapazitäten in abstei-

Umlauf ID	Fahrt 1		Fahrt 2		Fahrt 3		Fahrt 4		Fahrt 5	
	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km
1	40529 **L3**	645	34091 **L2**	758	26201 **L2**	758				
2	38297 **L2**	758	21996 **L2**	758						
3	119419 **L2**	758	56440 **L2**	758	0 **L2**	555				
4	45419 **L2**	758	22333 **L2**	758	0 **L2**	433				
5	7654 **L2**	433	31390 **L2**	758	7954 **L3**	645				
6	48000 **L3**	645	24144 **L2**	758	0 **L2**	433				
7	5317 **L2**	310	20675 **L2**	758	4773 **L2**	758				
8	100830 **L2**	758	32003 **L2**	758						
9	40529 **L3**	645	33711 **L3**	645						
10	44264 **L3**	645	25221 **L3**	645	1084 **L3**	645				
11	0 **L6**	411	35670 **L3**	645	32770 **L3**	645	0 **L6**	411		
12	17403 **L2**	525	32117 **L3**	645	17645 **L3**	645				
13	43485 **L2**	758	58155 **L5**	900						
14	70075 **L5**	900	22807 **L1**	830						
15	78541 **L1**	830	35656 **L2**	758						
16	613 **L3**	645	0 **L3**	645						
17	49686 **L2**	758	28411 **L2**	758	0 **L2**	639				
18	25096 **L2**	639	27705 **L2**	758	690 **L2**	758				
19	38235 **L2**	758	17268 **L2**	758						
20	36670 **L2**	758	35319 **L2**	758						
21	30438 **L2**	758	10391 **L2**	758						
22	39064 **L2**	758	31751 **L3**	645	12760 **L3**	645				
23	30898 **L2**	758	9470 **L2**	758						
24	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228
25	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228
26	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0	228
27	1366 **L2**	433	36148 **L2**	758	21965 **L2**	758				
28	18987 **L2**	758	30008 **L2**	758						

Tabelle 4.2: *Der Initialumlauf des Beispiels. Abzulesen sind Über-Pkm, Laufweglänge und Linienzugehörigkeit der jeweiligen Fahrten.*

gender Reihenfolge auf die Umläufe verteilt, bis der gegebene Doppelzuganteil erschöpft ist. Die Reihenfolge ist festgelegt durch die Gesamtbesetzungen der einzelnen Umläufe.

Wie bereits angesprochen beachtet diese Zuweisungsmethode nicht die Länge der einzelnen Umläufe. Bezögen wir diese in unsere Betrachtungen mit ein, so

Nr.	Über Pkm	Linien* je Umlauf *$L_1 - L_6$	Umlauflänge	Kennzahlen Nr.1 p.C.	Nr.2 p.C.	Nr.3 p.C.	Doppel-zug
1	174592	L_2, L_2, L_2	2071 km	0,6	58197	21	✓
2	131842	L_2, L_2	1516 km	1	65921	22	✓
3	113877	L_1, L_2	1588 km	1	56938	18	✓
4	101665	L_2, L_5	1658 km	1	50832	15	✓
5	101084	L_3, L_2, L_2	2161 km	1	33694	12	✓
6	93109	L_5, L_1	1730 km	1	46554	13	✓
7	84085	L_2, L_3, L_3	2084 km	1	28028	10	✓
8	77921	L_2, L_2, L_2	1935 km	0,6	25973	9	✓
Nachstehende Umläufe konnten nicht mehr verstärkt werden.							
9	75542	L_3, L_3	1290 km	1	**37771**	**14**	
10	72810	L_3, L_2, L_2	1836 km	0,6	24270	10	
11	71972	L_2, L_2	1516 km	1	**35986**	**12**	
12	71827	L_3, L_2	2155 km	1	23942	9	

Tabelle 4.3: *Erste Beispielrechnung mit der Methode der Stärkung starker Umläufe. Zu sehen sind 12 der 28 Umläufe. Die erste Kennzahl bezeichnet den Anteil an starken Fahrten je Umlauf, die zweite Zahl die durchschnittliche Auslastung einer Fahrt je Umlauf, die dritte Kennzahl die Auslastung eines zusätzlichen Triebwagens. Die grau hinterlegten Zeilen markieren die schwachen Punkte dieses Ansatzes.*

veränderte sich die Verteilung.

In der vorliegenden Tabelle (4.3) sind die Zuordnungen grau hinterlegt, die sich verändern, wenn wir die Zuweisung mit der Länge gewichteten. Erkennbar ist dies an der dritten Kennzahl, die die durchschnittliche Auslastung des zusätzlichen Triebwagens wiederspiegelt.

Je länger ein Umlauf ist, desto höher sind die Kosten, die mit der Stärkung dieses Umlaufs verbunden sind. Eine Berücksichtigung der Umlauflänge ist daher unumgänglich. Die durchschnittliche Auslastung der zusätzlichen Traktion schließt die Umlauflänge in ihrer Berechnung mit ein, so dass sie den zusätzlichen Anforderungen gerecht wird.

4.6.3 Neuzuweisung der Verstärkerleistungen unter Berücksichtigung der Auslastung des zusätzlichen Fahrzeugs

Der Auslastungsgrad des zusätzlichen Fahrzeuges (repräsentiert durch Kennzahl Nr. 3 in den Tabellen (4.3) und (4.4)) beinhaltet die jeweilige Länge des betrachteten Umlaufes. Dies geht direkt hervor aus der in Abschnitt 4.5.2 beschriebenen Berechnung der durchschnittlichen Auslastung der zusätzlichen Traktion.

Auf diese Weise werden in Ansätzen die Kosten der einzelnen Umläufe berücksichtigt. Darüberhinaus werden zudem auch noch die Besetzungen der einzelnen Fahrten berücksichtigt. Infolgedessen ist eine Differenzierung zwischen langen Umläufen mit geringer Auslastung und kurzen Umläufen mit hoher Auslastung möglich.

Von einem langen Umlauf kann im Allgemeinen gesprochen werden, wenn dieser eine Strecke von ca. 2000 *km* misst. Meist kann man davon ausgehen, dass solch ein Umlauf drei oder mehr Fahrten umfasst. Umgekehrt handelt es sich um einen kurzen Umlauf, wenn dieser weniger als 1200 *km* Strecke zurücklegt. In Fahrten gesprochen gilt dies vielfach für Umläufe mit zwei oder weniger Fahrten.

Die Frage, die sich stellt ist, ob die Kosten, die man beim Stärken eines kurzen Umlaufes einspart, den Gewinn, den man bei Nicht- Stärken des langen Umlaufes einbüßt, übersteigen. Die Differenz zwischen den absoluten Über- Pkm konkurrierender „Kurz-“ und „Langumläufe“ sollte daher eine gewisse obere Schranke nicht überschreiten und in diesem Sinne überprüft werden.

Um nun die Länge der Umläufe mit in die Bewertung aufzunehmen, gelangen wir zu folgender Strategie IIIa.

Definition 4.12. *Strategie IIIa*

Sei $\mathbb{U}$ die Menge der durch ein Verfahren gegebenen Umläufe. Gegeben seien die Über-Pkm je Fahrt sowie die Längen der einzelnen Fahrten in Kilometern. Mit Strategie IIIa sei dann folgendes Vorgehen bezeichnet:

1. *Berechne Über-Pkm je Umlauf.*
2. *Berechne die Kennzahlen, wie in Abschnitt 4.5.2 beschrieben.*
3. *Führe Ranking der Umläufe nach Kennzahl Nr.3 (=durchschnittliche Auslastung der zusätzlichen Traktion) durch.*
4. *Berechne obere Schranke der Anzahl der zusätzlichen Kapazitäten mittels Strategie II.*
5. *Verteile zusätzliche Kapazitäten (Züge) in absteigender Reihenfolge auf die Umläufe bis die Kapazitäten erschöpft sind.*

Die anschließende Rechnung weist eine neue Zuweisung auf, die unter Berücksichtigung der durchschnittlichen Auslastung der zusätzlichen Traktion erfolgte.

4.6.4 Berechnung des Beispiels mittels Strategie III a

Unter *Strategie III a* ist die angesprochenene Modifikation der Zuweisungsregel zu verstehen (siehe Definition 4.12). In Tabelle (4.4) sind die Auswirkungen der

Nr.	Über Pkm	Linien* je Umlauf *$L_1 - L_6$	Umlauflänge	Kennzahlen Nr.1 p.C.	Nr.2 p.C.	Nr.3 p.C.	Doppel-zug
2	131842	L_2, L_2	1516 km	1	65921	22	✓
1	174592	L_2, L_2, L_2	2071 km	0,6	58197	21	✓
3	113877	L_1, L_2	1588 km	1	56938	18	✓
4	101665	L_2, L_5	1658 km	1	50832	15	✓
9	75542	L_3, L_3	1290 km	1	**37771**	**14**	✓
6	93109	L_5, L_1	1730 km	1	46554	13	✓
5	101084	L_3, L_2, L_2	2161 km	1	33694	12	✓
11	71972	L_2, L_2	1516 km	1	**35986**	**12**	✓
Nachstehende Umläufe konnten nicht mehr verstärkt werden.							
7	84085	L_2, L_3, L_3	2084 km	1	28028	10	
10	72810	L_3, L_2, L_2	1836 km	0,6	24270	10	
8	77921	L_2, L_2, L_2	1935 km	0,6	25973	9	
12	71827	L_3, L_2	2155 km	1	23942	9	

Tabelle 4.4: *Die Tabelle zeigt das Ergebnis der Strategie IIIa. Im Vergleich zu Tabelle 4.3 haben die schwachen Fahrten ihre Positionen unter Beachtung der dritten Kennzahl verändert. Sie verlieren die ihnen zugewiesenen zusätzlichen Kapazitäten zu Gunsten der nun als stärker ausgewiesenen Fahrten.*

veränderten Zuweisung und die Neuverteilung der zusätzlichen Fahrzeuge zu sehen, die entsprechend der durchschnittlichen Auslastung der zusätzlichen Traktion erfolgte.

Von Tabelle (4.3) zur Tabelle (4.4) ist daher lediglich ein neues Ranking durchgeführt worden. Anhand der neuen Rangordnung wurden daraufhin erneut die Verstärkerleistungen analog zu Strategie III verteilt. Das Ergebnis ist in Tabelle (4.4) zu sehen.

Die unveränderte Nummerierung verdeutlicht das neue Ranking. Nicht nur im unteren Bereich der Tabelle ergaben sich Veränderungen sondern auch unter den Umläufen der Tabellenführung. Letztere haben allerdings keine Auswirkungen auf die Verteilung der Verstärker.

Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt angesprochen gehen durch diesen Austausch der zusätzlichen Fahrzeuge Pkm verloren. In der Summe werden weniger Pkm realisiert. Diesem Verlust kann eine gewisse Anzahl an Streckenkilometern gegenüber gestellt werden, die für die eingesparten Kosten stehen. In Abhängigkeit eines Kostenfaktors entscheidet sich, ob dieser Tausch als profitabel angesehen werden kann oder nicht. In unserem Beispiel nehmen wir an, dass die Tausche sich als profitabel erweisen.

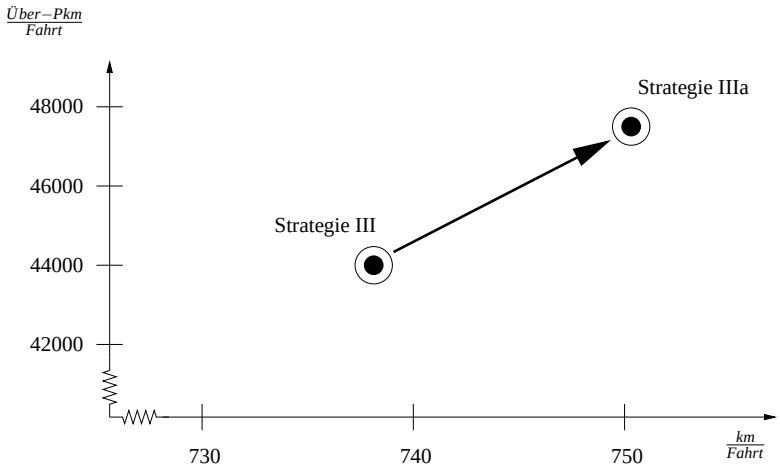


Abbildung 4.9: *Vergleich der Ergebnisse von Strategie III und Strategie IIIa. Bei der Betrachtung der Durchschnitte ist eine klare Verbesserung zu erkennen.*

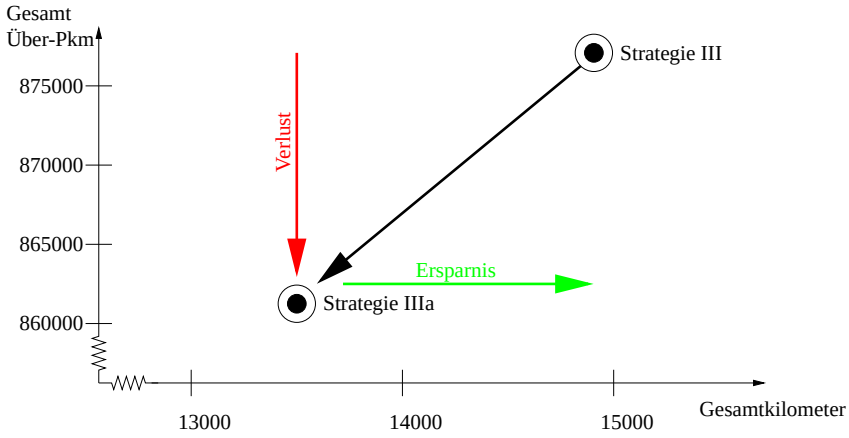


Abbildung 4.10: *Betrachtung der Absolutwerte der Strategie III und der Strategie IIIa. Der Vergleich zeigt, dass bei der Betrachtung absoluter Werte, die Zahl der realisierten Pkm sinkt. Da jedoch zeitgleich die Kosten sinken, relativiert sich der Verlust der Pkm.*

Die nachfolgenden Abbildungen (4.9) und (4.10) verdeutlichen nochmals die durch Strategie IIIa erzielte Verbesserung bzw. Verschlechterung gegenüber der Strategie III.

Hierbei ist zu beachten, dass sich lediglich im Schnitt je Fahrt eine Verbesserung ergab. Der absolute Wert der realisierten Pkm sinkt jedoch. Diesem Verlust kann, wie gesagt, eine gewisse Fahrzeugkostenersparnis (siehe Abbildung (4.10)) in Form verkürzter Laufwege gegenüber gestellt werden.

Linie	Fahrzeugbedarf	Anzahl der tatsächlich verteilten Fahrzeuge	Differenz
*L*1	1	1	0
*L*2	7	5	2
*L*3	0	1	1
D	0	*L*4	0
*L*5	0	1	1
F	0	*L*6	0

Tabelle 4.5: *Der Fahrzeugbedarf jeder Linie versus die Anzahl der tatsächlich verteilten Verstärker. Die Linien mit Differenzen sind potentielle Ansatzpunkte für weitere Schritte mit Blick auf eine bessere Auslastung der Umläufe.*

4.6.5 Verifikation der Anzahl der verteilten zusätzlichen Züge je Linie

Um noch zusätzliche Informationen bezüglich der Güte unseres Ansatzes zu sammeln, werden weitere Vergleiche angestoßen. Zu diesem Zweck vergleichen wir die Anzahl an geplanten zusätzlichen Fahrzeugen je Linie mit der Anzahl der tatsächlich verteilten Fahrzeuge je Linie.

Wir nehmen an, dass der ursprünglich ermittelte Doppelzuganteil je Linie vernünftige Werte geliefert hat. Ziel ist also zu überprüfen, ob diese Einschätzungen den jeweiligen Linien auch durch das Verfahren zugesprochen wurden. Auf Grund von Umlaufgenerierungen können Linien teilweise unterversorgt oder aber zu großzügig bedacht worden sein.

Diese zwei Fälle deuten auf schlechte Umläufe. Der Fall der Unterversorgung einer Linie weist darauf hin, dass Umläufe existieren, denen trotz stark ausgelasteter Fahrten eben der betrachteten Linie, keine zusätzlichen Kapazitäten zugeordnet wurden. Der andere Fall verweist auf den umgekehrten Effekt. Sitzkapazitäten bleiben ungenutzt auf Grund schwacher Fahrten in starken Umläufen und unnötige Kosten entstehen.

Um dies zu verhindern, müssen die Umläufe im Hinblick auf Kapazitäten je Linie untersucht werden. Tabelle (4.5) vergleicht den ursprünglichen Bedarf je Linie mit der Anzahl der Verstärker, die jeder Linie tatsächlich zugewiesen wurden.

Die auftretenden Lücken zwischen den Fahrzeugbedarfen und den verteilten Fahrzeugen führen uns zu folgenden Überlegungen. Betrachten wir Linie B in der Tabelle (4.5), so entedecken wir eine Lücke von 2 Fahrzeugen. Das bedeutet, dass einige Fahrten dieser Linie keine zusätzlichen Kapazitäten erhalten haben, obwohl diese benötigt wurden.

Verschiedene Umläufe umfassen demnach noch Fahrten mit sehr unterschiedlichen Besetzungswerten. Wir nehmen an, dass starke Fahrten teilweise in schwachen Umläufen enthalten sind und umgekehrt. Dies legt nahe, im nächsten Schritt

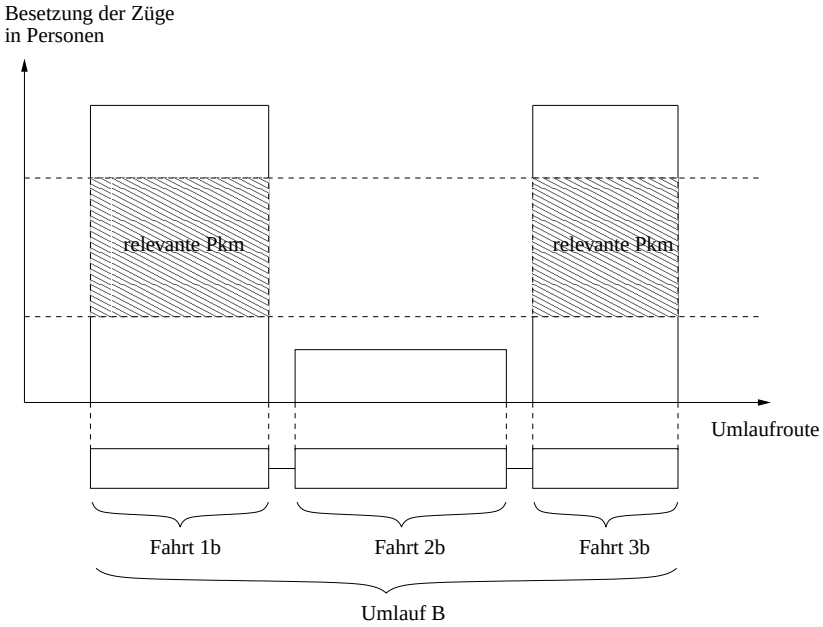


Abbildung 4.11: *Ein Umlauf, welchem vermutlich zusätzliche Kapazitäten zugeordnet werden, obwohl er eine schwache Fahrt beinhaltet.*

eine durchdachte Neuanordnung der Umläufe anzustreben.

4.7 Weitere Entwicklungen in Bezug auf die neue Strategie der Umlaufverstärkung

Wie bereits erwähnt und in Tabelle (4.5) zu sehen ist, haben einige der starken Fahrten keine zusätzlichen Kapazitäten erhalten. Im Gegenzug hierzu wurden dafür schwache Fahrten mit mehr Kapazität bedacht, als diese benötigten. Dieses Ungleichgewicht wird durch ungeschickte Umläufe hervorgerufen, wie sie in den Abbildungen (4.11) und (4.12) zu sehen sind.

Unter einem „ungeschickten“ Umlauf versteht man in diesem Zusammenhang einen Umlauf, der sowohl stark ausgelastete Fahrten als auch schwach ausgelastete Fahrten umfasst. Eine solche Verteilung hat bei der Stärkung ganzer Umläufe zur Folge, dass stets auch Fahrten mit zusätzlichen Kapazitäten versorgt werden, die diese nicht benötigen bzw. starke Fahrten nicht genügend Kapazitäten erhalten. Im Folgenden wird diese Schwierigkeit angegangen.

In einer weiterführenden Strategie gilt es also, die Umläufe geschickter anzuordnen, als es bislang der Fall ist. Um die Störung des Gleichgewichts zwischen dem Fahrzeugbedarf und den eingesetzten Fahrzeugen einer Linie zu vermeiden, analysieren wir im nächsten Schritt zulässige Fahrtentausche zwischen

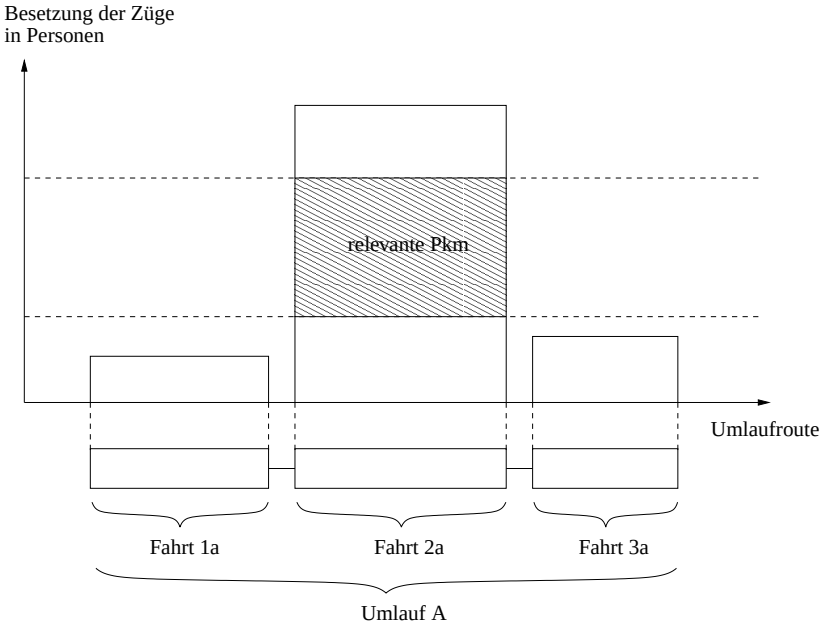


Abbildung 4.12: *Umlauf, dem unter Umständen keine zusätzlichen Kapazitäten zugewiesen werden.*

den Umläufen.

Kapitel 5

Ergebnis ad- hoc Heuristik $\Rightarrow$ *Umlauf - 2 Opt - Verfahren*

Aufbauend auf den bislang erworbenen Erkenntnissen, wird auf der Idee, die stärksten Umläufe zu verstärken, aufgesetzt. Da diese Vorgehensweise jedoch noch verschiedene Mängel aufweist, werden diese im Folgenden angegangen.

Das in diesem Abschnitt vorgestellte Verfahren zählt zu den Verbesserungsverfahren. Auf einer gegebenen zulässigen Lösung werden iterativ Verbesserungen durchgeführt. Als besonders nachteilig stellt sich hier das Risiko der Über- bzw. Unterversorgung „ungeschickter“ Umläufe heraus. Ein direkter Ansatzpunkt zur Verbesserung bieten daher die Umläufe selbst.

Beginnend mit einer Einführung in die möglichen Tauschoperationen, die durchgeführt werden können, folgt anschließend die Vorstellung einer Auswahllogik der besten Tauschoperationen.

Anhand eines Flussdiagramms wird dann die Reihenfolge der Tauschoperationen und das iterative Vorgehen erläutert. Abschließend wird das in Kapitel 4 eingeführte Beispiel erneut aufgegriffen und eine Verifikation durchgeführt.

5.1 Auffinden zulässiger Tausche

Um gegebene Umläufe im Hinblick auf die bereits vorgestellte Strategie IIIa in ihrer Fahrtzusammenstellung zu verbessern, müssen Tauschoperationen durchgeführt werden. Nachteilig ist bislang, dass sowohl schwach als auch stark ausgelastete Fahrten sich in einem Umlauf befinden. Dies soll durch Tausche von Fahrten dahingehend verändert werden, dass eine Trennung von starken und schwachen Fahrten und eine Bündelung dieser in Umläufen erfolgt. Nachstehender Abschnitt widmet sich der Lokalisierung dieser Tausche.

Bevor sich die Frage stellt, welche Fahrten einen sinnvollen Tausch ergeben,

müssen zunächst die möglichen Tauschpartner sämtlicher Fahrten ermittelt werden. Zwei Fahrten gelten als zulässiges Tauschpaar, wenn sowohl Abfahrts- als auch Ankunftsbahnhof übereinstimmen und die Abfahrts- und Ankunftszeiten sich innerhalb zulässiger Grenzen bewegen. Diese Grenzen werden durch Vorgänger- und Anschlussfahrten bestimmt.

Handelt es sich um eine letzte oder eine erste Fahrt eines Umlaufes, so kann von einer der beiden Grenzen abgesehen werden. In diesem Fall reicht entweder die Übereinstimmung der Ankunfts- oder Abfahrtsbahnhöfe und Zeiten.

Unabhängig von der jeweiligen Fahrt müssen auch stets bahnhofsspezifische Mindestwendezeiten berücksichtigt werden. Eine Anschlussfahrt kann lediglich dann übernommen werden, wenn Ankunftszeit zuzüglich der Mindestwendezeit nicht im Konflikt stehen mit der Abfahrtszeit der Anschlussfahrt.

Es stehen verschiedene Möglichkeiten zur Verfügung, um die Fahrten verschiedener Umläufe zu durchmischen. Hier seien lediglich die drei Varianten vorgestellt, die auch im Tool, welches im Rahmen dieser Arbeit entstand, implementiert wurden.

In Abbildung (5.1) ist die erste Variante abgebildet. Es ist der Tausch zweier Fahrten, deren Zeiten und Orte den Vorgaben entsprechend kompatibel sind. Zu sehen sind zwei verschiedene Situationen, von denen die obere ein zulässiges und die untere ein unzulässiges Tauschpaar darstellt.

Um möglichst viele potentielle Tausche zu generieren, können auch „Doppel- bzw. Dreifachtausche“ betrachtet werden. Unter einem Doppeltausch versteht man den zeitgleichen Tausch zweier Fahrten eines Umlaufes mit einer oder zwei Fahrten eines anderen Umlaufes (siehe Abbildung (5.2)). Als sinnvoll erweist sich diese Tauschmöglichkeit allerdings erst bei Umläufen, die mehr als drei Fahrten beinhalten. Für drei oder weniger Fahrten je Umlauf wird dieser Tausch automatisch durch den Tausch zweier End- bzw. Anfangsfahrten mit abgedeckt.

Eine weitere Möglichkeit Fahrten verschiedener Umläufe zu tauschen, ist das „Umhängen“ letzter oder erster Fahrten. Es handelt sich hierbei um keinen eigentlichen Tauschakt, da lediglich eine Fahrt beteiligt ist, welche ihren Platz wechselt (siehe Abbildung (5.3)).

Je mehr Tauschmöglichkeiten generiert werden, desto größer ist die Wahrscheinlichkeit, „gute“ Tausche ausfindig zu machen. Auf der einen Seite sind damit jene Tausche gemeint, die dazu führen, dass trotz gleichbleibender Anzahl an Verstärkern, die Auslastung selbiger steigt. Auf der anderen Seite sind aber auch jene Tausche angesprochen, die auf den ersten Blick keine tatsächliche Verbesserung herbeiführen, jedoch Tore für weitere Tauschmöglichkeiten öffnen.

Zunächst widmen wir uns ersteren Tauschen.

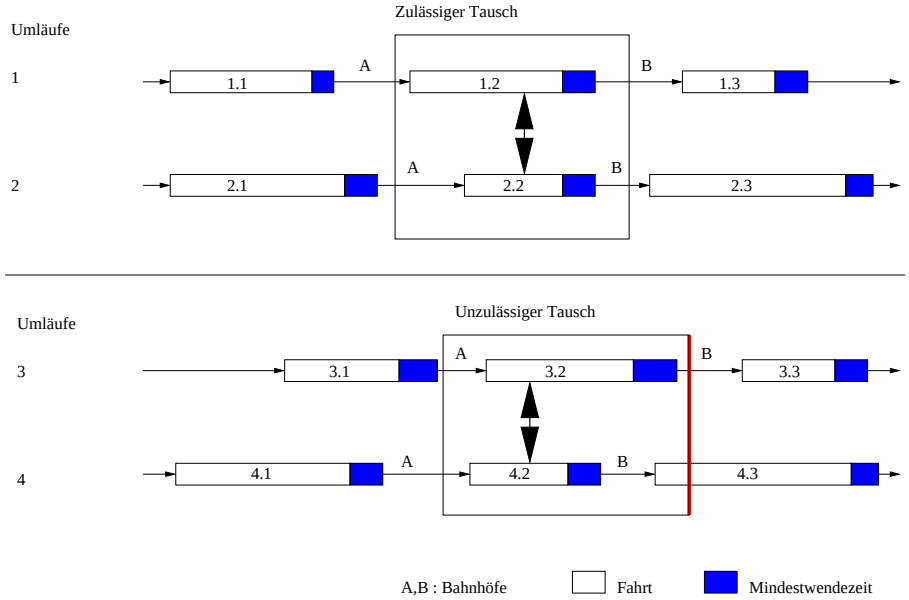


Abbildung 5.1: *Zwei Tausch-Szenarien. Die oberen zwei Umläufe verkörpern einen zulässigen Tausch. Nicht nur Start- und Endbahnhof stimmen überein sondern auch die Abfahrts- und Ankunftszeiten befinden sich innerhalb der zulässigen Grenzen. Das untere Tauschpaar hingegen verletzt die Zeitrestriktionen. Bei einem Tausch stünde das Fahrzeug der Fahrt 3.2 nicht rechtzeitig wieder zur Verfügung, um auf Fahrt 4.3 zu wechseln.*

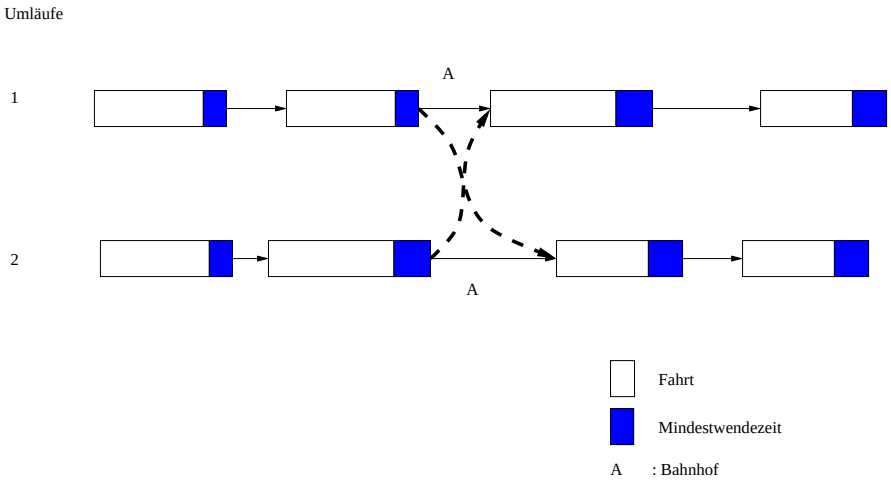


Abbildung 5.2: *Beispiel für einen Doppeltausch. Diese Möglichkeit der Durchmischung der Umläufe bietet sich an, da nur wenige Übereinstimmungen gefordert sind. Ebenso wie bei Anfangs- oder Endfahrten reicht eine Übereinstimmung der Bahnhöfe und Zeiten an der „Schnittstelle“ aus.*

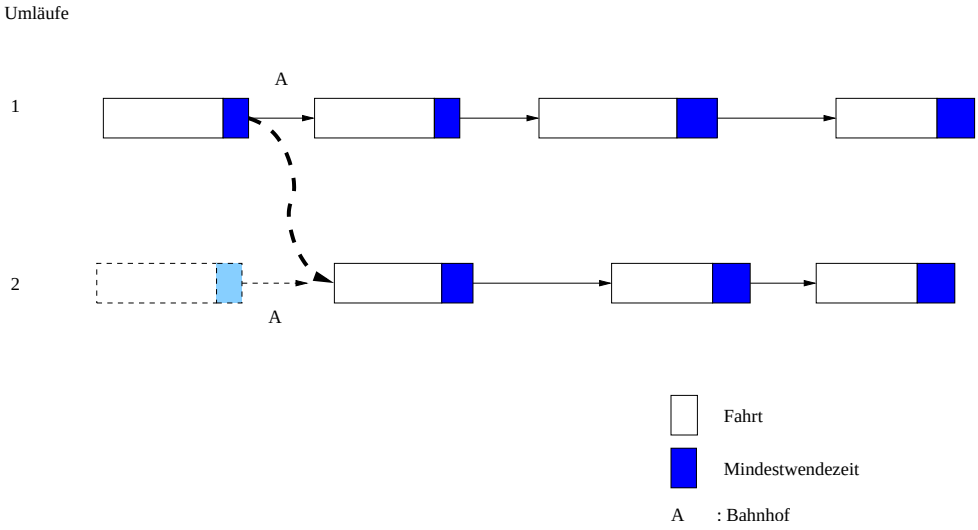


Abbildung 5.3: *Das Umhängen von Endfahrten. Je nachdem ob eine erste oder eine letzte Fahrt umgehängt wird, müssen die Ankunftszeit und der Ankunftsbahnhof der letzten Fahrt bzw. die Abfahrtszeit und der Abfahrtsbahnhof der nächsten Fahrt mit der aktuellen Fahrt kompatibel sein.*

5.2 Identifikation „guter“ Tausche anhand der absoluten Besetzungen

Das Ziel ist weiterhin, die Umläufe so zu gestalten, dass sich keine schwachen Fahrten in starken Umläufen befinden und umgekehrt. Es müssen daher Tausche ausgewählt werden, die in diesem Sinne zielführend sind.

Der vorangegangene Abschnitt hat mögliche Tausche vorgestellt. In diesem Abschnitt geht es nun darum aus der Menge der möglichen Tausche diejenigen auszuwählen, die als *gut* bezeichnet werden können. Einen Tausch kann man *gut* nennen, wenn dieser dazu beiträgt, starke und schwache Fahrten jeweils in verschiedenen Umläufen zu bündeln.

Um einen Tausch als *gut* bezeichnen zu können, müssen verschiedene Relationen betrachtet werden. Es muss festgestellt werden, ob

- die jeweiligen Tauschpartner zu ihren aktuellen Umläufen im Bezug auf ihre Besetzungszahlen passen.
- sich diese Situation durch den Tausch zum positiven verändert.

Zu diesem Zweck betrachten wir die Pkm der einzelnen Fahrten. In Abbildung (5.4) und (5.5) sind die zu analysierenden Differenzen graphisch dargestellt. Um feststellen zu können, ob eine ausgewählte Fahrt von ihren Nachbarfahrten stark abweichende Besetzungen aufweist, müssen diese direkt verglichen werden.

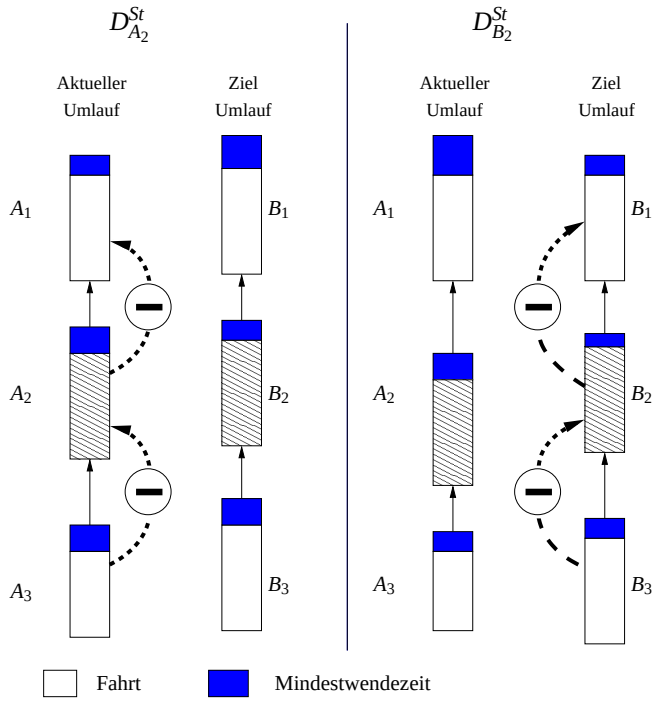


Abbildung 5.4: *Erster Schritt zur Festellung der Güte eines Tausches. Das betrachtete Tauschpaar ist schraffiert. Anhand zweier Beispiele sind die Differenzen dargestellt, die Aufschluss über die Güte der aktuellen Platzierung der Tauschpartner geben.*

Gleiches gilt auch für die zukünftigen Nachbarn. Auch deren Differenzen müssen miteinander verglichen werden.

Die in Abbildung (5.4) dargestellte Differenz $D^{St}_{A_2}$ setzt sich aus der Summe der Beträge der einzelnen Differenzen zwischen den Pkm der betrachteten Fahrt und deren Umlaufnachbarn zusammen. Die schraffierten Fahrten stellen die Tauschpaare dar. Wir definieren:

Definition 5.1. *Stationäre Differenz und Zieldifferenz*

Sei $\mathbb{U}$ die Menge der gegebenen Umläufe. Es sei A_i mit $A \in \mathbb{U}$ und $i \in |A|$ die Besetzungszahl der i-ten Fahrt aus Umlauf A und B_j mit $B \in \mathbb{U}$, $A \neq B$ und $j \in |B|$ die Besetzungszahl der j-te Fahrt aus Umlauf B. Weiter sei (A_i, B_j) ein gültiges Tauschpaar. Dann heisst:

$$D^{St}_{U_i} := \sum_{j=1, j\neq i}^{|U|} |U_i - U_j|, \quad \forall U \in \{A, B\}$$

stationäre Differenz *und*

$$D_{U_i}^{Ziel} := \sum_{j=1, j\neq i}^{|V|} |U_i - V_j|, \quad \forall U,V \in \{A,B\}, U \neq V$$

Zieldifferenz.

Mit den in den Abbildungen (5.4) und (5.5) eingeführten Bezeichnungen der einzelnen Fahrten erhalten wir:

$$D_{A_2}^{St} = |A_{1,2} - A_{1,1}| + |A_{1,2} - A_{1,3}|$$

Analog folgen die restlichen Differenzen:

$$D_{B_2}^{St} = |B_{2,2} - B_{2,1}| + |B_{2,2} - B_{2,3}|$$

$$D_{A_2}^{Ziel} = |A_{3,2} - B_{3,1}| + |A_{3,2} - B_{3,3}|$$

$$D_{B_2}^{Ziel} = |B_{4,2} - A_{4,1}| + |B_{4,2} - A_{4,3}|$$

Mit A_j bzw. B_j seien die jeweiligen Pkm der einzelnen Fahrten gemeint.

Um nun Aussagen über die Güte eines Tausches treffen zu können, müssen die Veränderungen von $D_{A_2}^{St}$ nach $D_{A_2}^{Ziel}$ und $D_{B_2}^{St}$ nach $D_{B_2}^{Ziel}$ geprüft werden. Wenn der Wert der Differenz von $D_{A_2}^{St}$ nach $D_{A_2}^{Ziel}$ sinkt, so können wir davon ausgehen, dass sich die Platzierung der Fahrt $A_{1,2}$ nach dem Tausch verbessert. Ebenso ist eine Veränderung von $D_{B_2}^{St}$ nach $D_{B_2}^{Ziel}$ zu beurteilen.

Die Güte des Tausches erhalten wir daher durch den Vergleich beider Veränderungen: *Tauschgüte* $:= (D_{A_2}^{St} - D_{A_2}^{Ziel}) + (D_{B_2}^{St} - D_{B_2}^{Ziel})$.

Definition 5.2. *Die Güte eines Tausches*

Sei $\mathbb{U}$ die Menge der durch ein Verfahren gegebenen Umläufe. Weiter seien A und B zwei Umläufe mit $A,B \in \mathbb{U}, A \neq B$. Für ein gültiges Tauschpaar $(A_i, B_j), i \in |A|, j \in |B|$ bestehend aus zwei Fahrten f bezeichnet:

$$TG := \sum_{f \in \{A_i, B_j\}} (D_f^{St} - D_f^{Ziel})$$

die Güte des Tausches.

Fällt diese postiv aus, so kann der Tausch als gut bezeichnet werden. Fällt sie jedoch negativ aus, so bewirkt der Tausch eine Verschlechterung der Situation. Wir können sogar noch weiter gehen, denn je größer der Wert der *Tauschgüte* desto größer ist die positive Veränderung, die durch den Tausch bewirkt wird.

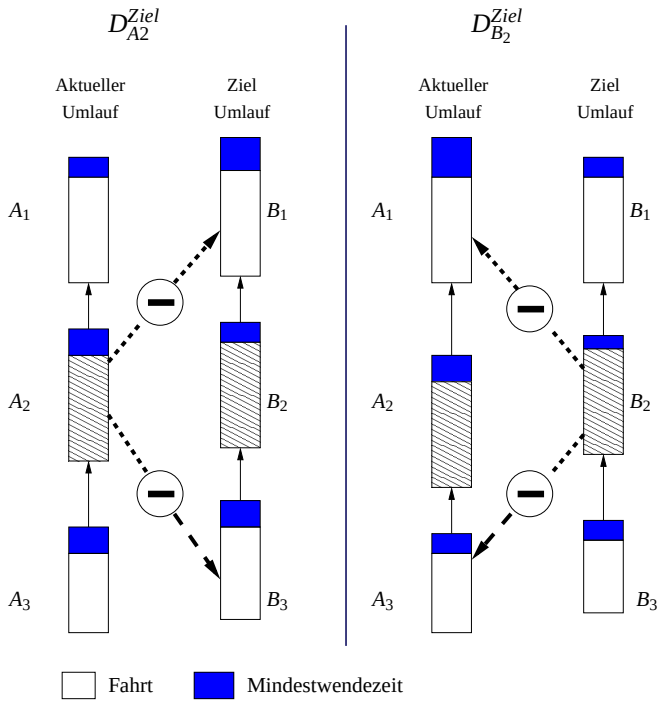


Abbildung 5.5: *Zweiter Schritt zur Festellung der Güte eines Tausches. Die Bezeichnungen sind analog zu Abbildung (5.4). Die beiden Beispiele stellen jeweils die Differenzen dar, die über die Güte der zukünftigen Platzierungen der Tauschpartner informieren.*

Mit der genauen Quantifizierung der Tauschgüte kann nun ein Ranking stattfinden. Die besten Tausche können dann als erstes durchgeführt werden. Dies ist entscheidend, denn nach Durchführung eines Tausches gehen unter Umständen andere Tauschmöglichkeiten, die sich auf eine der Fahrten bezogen haben, verloren.

Nach jedem Tausch ist daher zu prüfen, ob Tauschmöglichkeiten verloren gegangen sind oder aber weitere Möglichkeiten hinzugekommen sind.

Im anschließenden Abschnitt wird der Iterationsablauf vorgestellt und genauer erläutert.

5.3 Ablauf der Heuristik und einzelne Iterationsschritte

Das in diesem Abschnitt vorgestellte Verfahren zählt, wie bereits erwähnt, zu den Verbesserungsverfahren. Diese Verfahren benötigen eine zulässige Ausgangslösung, welche dann Schritt für Schritt verbessert wird. Die Ausgangslösung liefert ein Umlaufplaner.

Im Zusammenhang mit *Rolling-Stock-Rostering* Problemen darf nicht in Vergessenheit geraten, dass die Schwierigkeit dieser Probleme unter anderem darin be-

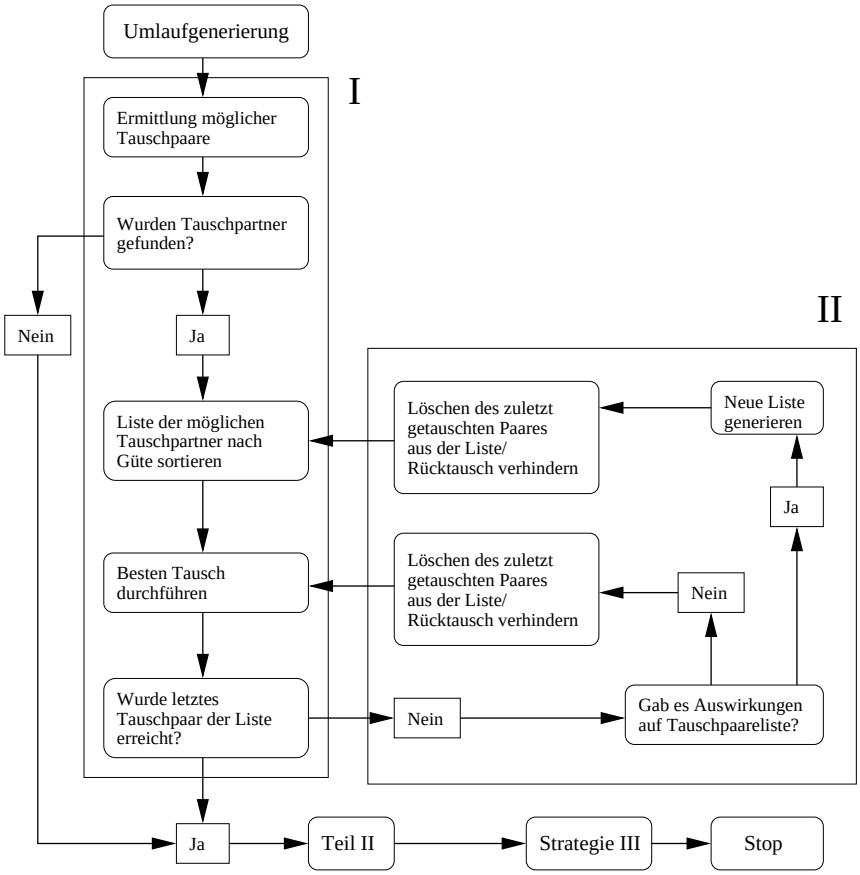


Abbildung 5.6: *Das abgebildete Flussdiagramm gibt die Vorgehensweise des Umlauf-2-Opt Verfahrens wieder. Beginnend mit der Umlaufgenerierung, welches eine zulässige Startlösung vorgibt, folgt das* ***Umlauf-2-Opt*** *Verfahren. Dieses ist grob in zwei Teile untergliedert; dem Hauptstrang* ***I*** *und der Schleife* ***II****.*

gründet liegt, dass sowohl Zuordnungsproblem als auch Umlaufproblem gemeinsam gelöst werden müssen.

Strategie IIIa behandelt das Zuordnungsproblem wohingegen das *Umlauf-2-Opt* Verfahren sich dem Umlaufproblem annimmt. Die Crux des vorangegangenen Abschnitts war, dass Strategie IIIa auf einer relativ schlechten Ausgangslösung das Umlaufproblem betreffend aufsetzte.

Strategie IIIa besitzt also nur ein gewisses Potential, welches in direkter Abhängigkeit von der Güte des Initialumlaufes steht. Je besser die Trennung der starken und schwachen Fahrten vorgenommen werden konnte, desto grösser ist der Erfolg, der durch die Anwendung der Strategie IIIa erzielt werden kann. Der nun verfolgte Ansatz greift daher bereits vor der Anwendung der Strategie IIIa ein und liefert im Vorwege eine bessere Ausgangslösung.

5.3.1 Das Vorgehen des *Umlauf-2 Opt-Verfahrens*

Es ist also eine Strategie anzuwenden, die sowohl die Zuordnung als auch die Umlaufgenerierung optimiert bzw. verbessert. Ziel des in Abbildung (5.6) dargestellten *Umlauf-2-Opt* Verfahrens ist, die Umläufe so zu arrangieren, dass sich starke Fahrten in starken Umläufen und schwache Fahrten in schwachen Umläufen befinden. Nach der Verbesserung der Umlaufsituation kann Strategie IIIa angewendet werden.

Abbildung (5.6) zeigt den Ablauf des *Umlauf-2-Opt* Verfahrens detaillierter. Das Verfahren kann grob in zwei Teile untergliedert werden. Man erkennt einmal einen Hauptstrang (Teil I) und einen Nebenstrang (Teil II). Eine Darstellung in Pseudocode befindet sich im Anhang A.4.

Teil I umfasst die Generierung einer Basisliste möglicher Tauschpaare und deren anschließende Sortierung nach Güte. Während der Listengenerierung wird der gegebene Umlauf auf die in Abschnitt 5.1 vorgestellten Tauschmöglichkeiten hin untersucht. Die Ermittlung der Güte der einzelnen Tausche erfolgt im Anschluss nach der in Abschnitt 5.2 demonstrierten Logik.

Teil II ist als ein ständiges Update mit zusätzlicher Endlosschleifenvermeidung zu verstehen. Zum einen müssen die ständigen Veränderungen erfasst werden, die durch das Tauschen von Paaren entstehen können, zum anderen muss gesichert sein, dass ein durchgeführter Tausch nicht durch einen Rücktausch annulliert wird.

5.3.2 Die einzelnen Teile des *Umlauf-2 Opt-Verfahrens*

Nach der Generierung der Liste wird diese Schritt für Schritt durchlaufen. Hierbei muss beachtet werden, dass sich die Liste nach jedem durchgeführten Tausch verändern kann. Dies zu überprüfen, ist Aufgabe des 2. Teils des Verfahrens. Es können neue Tauschmöglichkeiten hinzukommen aber vor allem auch Tauschpaare wegfallen.

Abbildung (5.7) verweist auf eine Situation, in der eine Tauschmöglichkeit entfällt, nachdem ein Tausch durchgeführt wurde. In der Ausgangsliste tauchen sowohl Tauschpaar **A** als auch Tauschpaar **B** auf, da beide als zulässige Paare identifiziert wurden. Wird allerdings einer der beide Tausche durchgeführt, entfällt automatisch auch der andere. Er muss daher aus der Liste gelöscht werden.

Des Weiteren müssen die Rücktausche verboten werden. Geschieht dies nicht, so würde der Teil **II** des Verfahrens, nachdem z.B. $F_{1,2} \leftrightarrow F_{2,2}$ (aus Abb.(5.7)) getauscht wurden, den Tausch $F_{2,2} \leftrightarrow F_{1,2}$ in die Liste mit aufnehmen. Eine Endlosschleife entstünde.

Ist die Liste einmal komplett durchlaufen worden, so liegt ein Umlauf vor, der qualitativ mindestens so gut war, wie der Ausgangsumlauf, da keine Verschlechterungen zugelassen wurden. Hier kann nun Strategie IIIa ansetzten und nach der in

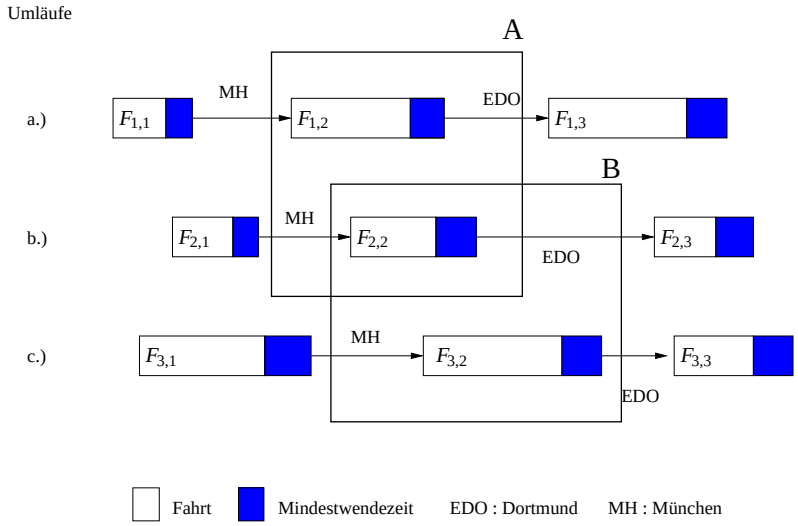


Abbildung 5.7: *Konflikt zwischen Tauschpaaren. Umlauf (a) und (b) bilden ein zulässiges Tauschpaar und ebenso auch Umlauf (b) und (c). Die beiden möglichen Tausche sind mit A und B gekennzeichnet. Welcher der beiden Tausche durchgeführt wird entscheidet sich nach der jeweiligen Güte.*

Kapitel 4 vorgestellten Weise die Verstärkerleistungen auf die Umläufe verteilen.

5.4 Berechnung des Beispiels mittels *Strategie IIIa* und dem *Umlauf-2-Opt* Verfahren

In Kapitel 4 wurde das vorliegende Beispiel bereits vorgestellt und behandelt. Die Ergebnisse lieferten den Anlass, weitere Optimierungs- bzw. Verbesserungsschritte einzuleiten. Da mit Strategie IIIa die Zuordnung bereits optimiert worden war, boten im nächsten Schritt die Umläufe Verbesserungspotential. Das *Umlauf-2-Opt* Verfahren setzt an dieser Stelle ein und nimmt sich der Umlaufgenerierung an.

Das Beispiel aus Kapitel 4 wurde daher erneut berechnet mit vorgeschaltetem *Umlauf-2-Opt* Verfahren. Das Vorgehen ist analog zu Abbildung (5.6).

5.4.1 Vorstellung der explizit durch das *Umlauf-2-Opt* Verfahren hervorgerufenen Veränderungen

Um die Wirkung des Verbesserungsverfahrens *Umlauf-2-Opt* besser begutachten zu können, wird vor Einsatz der Strategie III gestoppt und die Szene untersucht.

In der nachfolgenden Tabelle (5.1) sind die durch das Verfahren initiierten Tausche zu sehen. Auf der linken Seite sind die einzelnen Fahrten in ihren jeweiligen Umläufen aufgeführt, so wie der Initialumlauf dies vorsieht. Die rechte Seite zeigt

die veränderten Umläufe. Der horizontale Schnitt legt die Verstärkergrenze fest. Dies bedeutet, die Umläufe oberhalb der Grenze erhalten zusätzliche Kapazitäten, die unterhalb des Schnittes liegenden Umläufe erhalten keine.

Nr.	Initialumlauf					Veränderter Umlauf			
	Fahrt 1	Fahrt 2	Fahrt 3	Fahrt 4		Fahrt 1	Fahrt 2	Fahrt 3	Fahrt 4
1	F11	F12	F13			F11	F12	F13	
2	F21	F22				F31	F42		
3	F31	F32				F21	F22		
4	F41	F42				F51	F52	F53	
5	F51	F52	F53			F101	F72	F73	
6	F61	F62				F61	F62		
7	F71	F72	F73			F41	F32		
8	F81	F82	F83			F181	F112		
Nachstehende Umläufe konnten nicht mehr verstärkt werden.									
9	F91	F92				F91	F92	F232	
10	F101	F102	F103			F191	F172	F173	
11	F111	F112				F81	F82	F83	
12	F121	F122	F123			F121	F122	F123	
13	F131	F132	F133	F134		F131	F132	F133	F134
14	F141	F142	F143			F141	F142	F143	
15	F151	F152	F153			F151	F152	F153	
16	F161	F162				F71	F102	F103	
17	F171	F172	F173			F221	F202		
18	F181	F182				F161	F162		
19	F191	F192	F193			F111	F182		
20	F201	F202				F211	F212	F213	
21	F211	F212	F213			F231			
22	F221	F222				F241	F242	F243	
23	F231	F232				F201	F222		
24	F241	F242	F243			F171	F192	F193	

Tabelle 5.1: *Die Tabelle zeigt einen Vorher/ Nachher Vergleich. Auf der linken Seite ist der Initialumlauf dargestellt, auf der rechten Seite ist der Umlauf nach Anwendung des* ***Umlauf-2-Opt*** *Verfahrens. Die farbig hinterlegten Fahrten sind diejenigen, die ihren Platz bzw. Umlauf gewechselt haben.*

In der Tabelle (5.1) wird auf die einzelnen Tausche durch farbliche Hinterlegung der beteiligten Fahrten verwiesen. So tauschen beispielsweise die Fahrten $F_{3,2}$ und $F_{4,2}$ ihren Platz. Der durch den Tausch eintretende Effekt ist, dass ein star-

ker Umlauf stärker wird und ein schwacher Umlauf weiter geschwächt wird. Die Folge ist, dass Umlauf Nr.3 auf Platz zwei aufsteigt und Umlauf Nr.4 auf Platz sieben absteigt.

Ein weiterer markanter Tausch findet zwischen den Umläufen Nr.9 und Nr.11 statt. Die Fahrt $F_{11,1}$ tauscht den Platz mit der Fahrt $F_{18,1}$. Das Resultat in diesem Fall ist ein Aufstieg des 11. Umlaufes auf Platz acht, womit dieser die Verstärkergrenze überschreitet. Umlauf Nr.18 steigt ab auf Platz 19.

In diesem Beispiel tritt zudem ein *Umhängen* auf, welches blau makiert wurde. Dieses ist dem Umstand zu verdanken, dass für diese Rechnung bei der Prüfung nach Umhängemöglichkeiten die Güteregel aus Abschnitt 5.2 ausgesetzt wurde.

Zu beobachten ist der Wechsel der Fahrt $F_{23,2}$ aus Umlauf Nr.23 in den Umlauf Nr.9. In diesem Fall stellt dies keine merkliche Veränderung dar, denn durch das Hinzufügen einer relativ schlechten Fahrt an Umlauf Nr.9 sinkt der Wert der durchschnittlichen Auslastung, auch wenn dies in diesem Fall keine Auswirkungen hat.

5.4.2 Gesamtergebnis des kombinierten Verfahrens aus *Umlauf-2-Opt* und Strategie IIIa

Um nun einen Eindruck des kombinierten Verfahrens zu erlangen, wird das Gesamtergebnis vorgestellt. Das Vorgehen erfolgte in Anlehnung an das Flussdiagramm aus Abbildung (5.6). Zunächst wird das *Umlauf-2-Opt* Verfahren auf den gegebenen Umlauf angewendet. Anschließend wird durch Strategie IIIa eine Zuweisung der zusätzlichen Triebwagen vorgenommen.

Durch das Zulassen des Umhängens, welches im vorangegangenen Abschnitt kurz angesprochen wurde, wird der Erfolg des Gesamtergebnisses aus Tabelle (5.2) ein wenig geschmälert. Im Sinne der Zielfunktion, die gegebene Anzahl an Verstärkern auslastungsmaximal und kostenminimal einzusetzen, wurde nicht gehandelt. Revidierte man das Umhängen, so würde die Gesamtauslastung der Verstärker im Vergleich zur aktuellen Situation ansteigen. Der ehemalige Umlauf Nr.9 aus Tabelle (4.3) mit einer durchschnittlichen Auslastung der zusätzlichen Traktion von 14% hätte einen der Umläufe, deren Auslastungsgrad um 12% liegt, verdrängt.

Nichtsdestotrotz verzeichnet das in Tabelle (5.2) präsentierte Ergebnis eine Steigerung der realisierten Pkm im Vergleich zu Strategie IIIa und sogar im Vergleich zu Strategie III. Die Auslastung je zusätzlicher Traktion konnte im Schnitt nicht gehoben werden. Die grau hinterlegten Zeilen verdeutlichen nochmals die in Tabelle (5.1) angesprochene Veränderungen, die durch die Tausche bewirkt wurden.

Die Abbildungen (5.8) und (5.9) geben einen Überblick über die Entwicklung

Nr.	Über Pkm	Linien* je Umlauf *$L_1 - L_6$	Umlauflänge	Kennzahlen Nr.1 p.C.	Nr.2 p.C.	Nr.3 p.C.	Doppel-zug
1	174592	L_2, L_2, L_2	2071 km	0,67	58197	21	✓
2	136487	L_1, L_5	1730 km	1	68244	19	✓
3	131842	L_2, L_2	1516 km	1	65921	22	✓
4	101084	L_3, L_2, L_2	2161 km	1	33695	12	✓
5	94167	L_3, L_3, L_3	1935 km	1	31389	12	✓
6	93110	L_5, L_1	1730 km	1	46555	13	✓
7	79056	L_2, L_2	1516 km	1	39528	13	✓
8	74071	L_2, L_2	1516 km	1	37036	12	✓
Nachstehende Umläufe konnten nicht mehr verstärkt werden.							
9	85067	L_3, L_3, L_2	2048 km	1	28356	10	
10	79630	L_2, L_2, L_2	2155 km	1	26543	9	
11	77922	L_2, L_2, L_2	2155 km	0,67	25974	9	
12	71828	L_3, L_3, L_3	1935 km	1	23943	9	
13	69635	L_6, L_3, L_3, L_6	2112 km	0,5	17409	8	
14	67893	L_2, L_2, L_2	1949 km	0,67	22631	9	
15	67275	L_2, L_3, L_3	1815 km	1	22425	9	
16	62729	L_2, L_2, L_2	1949 km	0,67	20910	8	
17	60857	L_2, L_2	1516 km	1	30429	10	
18	60410	L_2, L_2	1516 km	1	30205	10	
19	53555	L_2, L_2	1516 km	1	26777	9	
20	46919	L_2, L_2, L_3	1836 km	1	15640	6	
21	31103	L_2	758 km	1	31103	10	
22	30760	L_2, L_2, L_2	1826 km	1	10253	4	
23	29182	L_2, L_2	1516 km	1	14591	5	
24	28977	L_2, L_2, L_2	1949 km	1	9659	4	

Tabelle 5.2: *Analog zu den in Kapitel 4 vorgestellten Rechenergebnissen sind in obiger Tabelle die Ergebnisse des kombinierten Verfahrens aufgelistet. Die grau hinterlegten Zeilen beinhalten die Umläufe, die durch das* ***Umlauf-2-Opt*** *Verfahren verändert wurden (siehe Tabelle (5.1)).*

der Lösungsqualität der drei getesteten Verfahren.

Offensichtlich ist die vermeintliche Verbesserung der Lösung durch das *Umlauf-2-Opt* Verfahren nicht. Abbildung (5.8) weist bei Betrachtung der durchschnittlichen Werte zunächst eine leichte Verschlechterung gegenüber der Strategie IIIa auf. Daher werden zusätzlich die absoluten Besetzungen und die Streckenkilometer in Abbildung (5.9) analysiert. Hier wird deutlich, dass die neue Zusam-

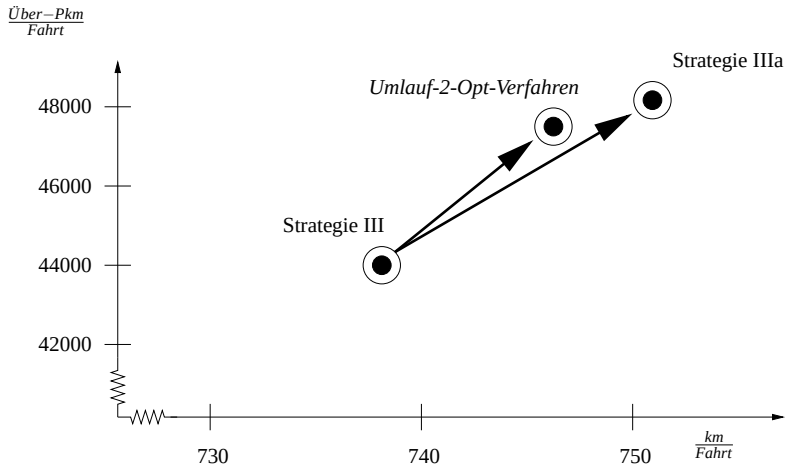


Abbildung 5.8: *Darstellung der drei Verfahren bezüglich der durchschnittlichen Besetzungen.*

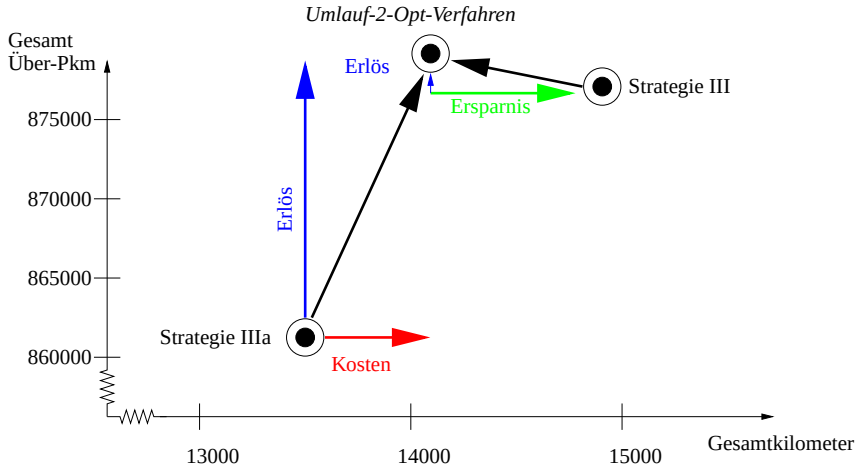


Abbildung 5.9: *Darstellung der drei Verfahren bezüglich der absoluten Besetzungen und der Umlauflängen.*

menstellung der Umläufe positive Auswirkungen hat. Gegenüber der Strategie III werden nicht nur Kosten gespart, sondern zusätzlich noch mehr Pkm realisiert.

Bei direktem Vergleich mit Strategie IIIa steht die Verbesserung in Abhängigkeit von der Gewichtung der eingesparten Streckenkilometer im Bezug auf realisierte Pkm. Da diese Gewichtung nicht Teil der Arbeit ist, gehen wir nicht näher auf diesen Vergleich ein.

Um die Güte im Sinne des bereits ermittelten und als gut befundenen Doppelzuganteils zu überprüfen, werden im Folgenden die Anzahl der tatsächlich verteilten Fahrzeuge mit der Anzahl der geplanten Fahrzeuge je Linie verglichen.

Linie	Fahrzeugbedarf	Anzahl der tatsächlich verteilten Fahrzeuge	Differenz
*L*1	1	1	0
*L*2	7	5	2
*L*3	0	1	1
D	0	*L*4	0
*L*5	0	1	1
F	0	*L*6	0

Tabelle 5.3: *Die Tabelle (4.5) kann direkt übernommen werden. Die durchgeführten Tausche haben aus Liniensicht lediglich im Nachkommastellenbereich Veränderungen bewirkt. Die grau hinterlegten Zeilen haben sich daher nicht verschoben bzw. sind nicht verschwunden.*

5.4.3 Gegenüberstellung des Fahrzeugbedarfs und der tatsächlich verteilten Fahrzeuge je Linie

Der in Kapitel 4 erstellte Vergleich unterstützt den Einsatz weiterer Verbesserungsverfahren. Es wurde deutlich, dass eine Imbalance der Umläufe die Güte beeinträchtigt. Ziel des *Umlauf-2-Opt* Verfahrens ist es, dieses Problem anzugehen und zu beheben.

Die Tabelle (5.3) zeigt keinerlei Veränderungen gegenüber der Tabelle (4.5) aus Kapitel 4. Zwar wurden ausschließlich positive Tausche von dem *Umlauf-2-Opt* Verfahren durchgeführt, doch hat sich die Auslastung der zusätzlichen Traktion im Schnitt je Umlauf nachweislich nicht verbessert gegenüber der Stratergie IIIa. Daher ist davon auszugehen, dass der vorliegende Fahrplan kaum Spiel für weitere Verbesserungen bietet. Auch bei Revidierung des durchgeführten Umhängens ändert sich das Ergebnis nicht merklich.

Die entstandene Segregation von starken und schwachen Umläufen legt daher die Annahme nahe, dass das *Umlauf-2-opt* Verfahren tendenziell die Zielfunktion der Minimierung der Anzahl der zusätzlichen Verstärker unterstützt. Diese Erkenntnis kann nachfolgend in der Weiterentwicklung eingebracht werden.

5.5 Fazit der bisherigen Untersuchungen

Die Zielfunktion, die es hier zu befriedigen galt, verfolgte die Maximierung der Auslastung der gegebenen zusätzlichen Fahrzeuge. Der überarbeitete Umlauf zeigt in diesem Sinne zwar leichte Verbesserungen, jedoch nicht das gewünschte Ergebnis. Die engen durch den Fahrplan vorgegebenen Strukturen lassen nicht genügend Raum, um entsprechende Veränderungen an den Umläufen vornehmen zu können.

Eine leicht modifizierte Zielfunktion und eine Weiterentwicklung der Heuristik

können weitere Potentiale freilegen. Die Minimierung der Anzahl der zusätzlich benötigten Fahrzeuge ist eine denkbare Alternative. Diese Formulierung handelt allerdings im Sinne der langfristigen Planung, bei der minimale Fahrzeugbedarfe entscheidend sind.

Die Minimierung des Fahrzeugbedarfs benötigt eine deutliche Abgrenzung der starken Umläufe. In Ansätzen ist dies bereits bei dem vorliegenden Beispiel geschehen. Wie Tabelle (5.2) zeigt, haben sich die Umläufe mit einer durchschnittlichen Auslastung der zusätzlichen Traktion von ca. 20% von den restlichen Umläufen leicht abgesetzt. Wie bereits erwähnt hat sich die Lücke zwischen starken und schwachen Umläufen durch das *Umlauf-2-Opt* Verfahren vergrößert.

Im Sinne der modifizierten Zielfunktion könnte man nun dazu übergehen, lediglich Umläufe zu stärken, deren Werte bei 20% liegen. Folgt man dieser Idee so reduzierte sich die Verstärkeranzahl von 8 auf 3 zusätzliche Fahrzeuge in dem behandelten Beispiel.

Leider ist diese Reduktion nicht uneingeschränkt vertretbar. Denn bei Betrachtung der Tabelle (5.1) entdeckt man auf der rechten Seite in den Umläufen Nr.5 und Nr.6 Fahrten mit Auslastungswerten von 18-20%, die nicht verstärkt würden. Ohne weiteres ist also eine so drastische Reduzierung der Fahrzeuge nicht möglich.

5.6 Ausblick und Anregungen für die Weiterentwicklung des *Umlauf-2-Opt* Verfahrens

Nachdem sowohl der Ansatz die stärksten Fahrten als auch die stärksten Umläufe jeweils gesondert zu betrachten, nicht die erwarteten Ergebnisse liefern, liegt es nahe, sich im nächsten Schritt einer Kombination beider Ansätze zu widmen. Dieses soll nur skizzenhaft umrissen werden.

Im Zuge weiterer Überlegungen kann das *Umlauf-2-Opt* Verfahren so modifiziert werden, dass die Berechnungen auf den Kernumlauf fokusiert werden. Zum Kernumlauf zählt hierbei jede Fahrt, die sowohl eine Vorgänger- als auch eine Anschlussfahrt besitzt oder deren Auslastung der zusätzlichen Traktion einen vom Anwender individuell festgelegten Wert überschreitet. Mit einer solchen Modifikation kann eine integrierte Einzelfahrtdimensionierung einhergehen. So kann auf die Stärkung von Fahrten, die nicht zum Kernumlauf gehören, verzichtet werden.

Abbildung (5.10) zeigt die Grundidee des kombinierten Ansatzes. Variante 1 repräsentiert die Stärkung ganzer Umläufe. Variante 2 beschränkt sich bereits auf den Kernumlauf und schließt auf diese Weise besonders schwache Fahrten von der Stärkung mit zusätzlichen Kapazitäten aus.

In zukünftigen Überarbeitungen der Verfahren kann dieser kombinierte Ansatz sich als sinnvoll erweisen.

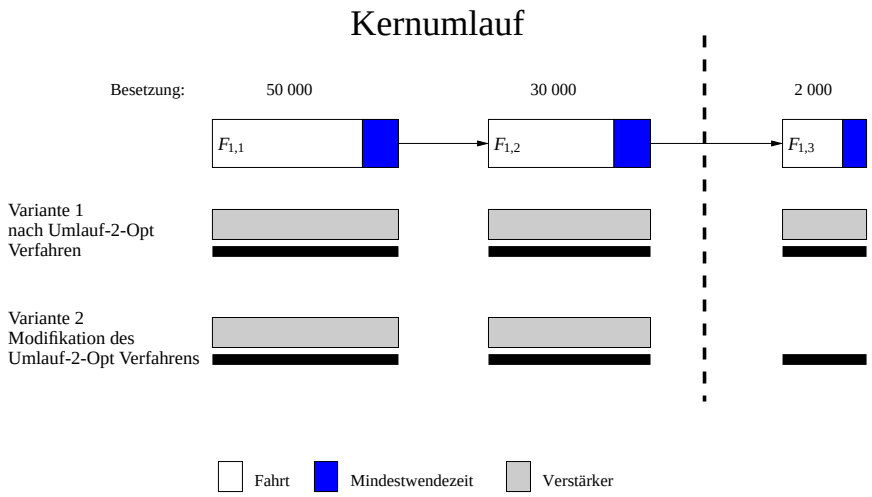


Abbildung 5.10: *Der abgebildete Umlauf weist die bereits im vorangegangenen Kapitel erwähnte Schwäche auf. Stark ausgelastete Fahrten sind gemeinsam mit deutlich schwächeren Fahrten in einem Umlauf zusammengefasst. Die dargestellten Varianten zeigen einmal das bisher implementierte Vorgehen, die Stärkung des gesamten Umlaufes, und die verbesserte Alternative, lediglich den Kernumlauf zu stärken. Basis der neuen Idee bildet die Aufteilung der Umläufe in Kernumlauf und Rest nach der beschriebenen Definition.*

Kapitel 6

Das Problem der Wartung

Züge müssen in regelmäßigen Abständen Wartungsarbeiten unterworfen werden, die in Dauer und Intensität differieren und an verschiedenen Standorten durchgeführt werden. Je nach Art der Wartungsarbeit ist diese an Zeit- , Kilometer- oder andere Restriktionen gebunden.

Lösungen, die keine Wartungsbedingungen berücksichtigen, können nicht als zulässig angesehen werden, wenn vernünftige Fahrzeugbedarfe ermittelt werden sollen. Eine in diesem Sinne unzulässige Lösung nach der Optimierung noch im Hinblick auf Wartungsbedingungen nachträglich zu modifizieren, kann unter Umständen mit einer signifikanten Abnahme des Zielfunktionswertes bestraft werden[19]. Im Folgenden sollen daher Wartungsprobleme angegangen werden.

Das Problem der Einbindung von Wartungsrestriktionen ist kein triviales. Es entpuppt sich als besonders schwierig, Bedingungen dieser Art in die Modelle zu integrieren, ohne die Komplexität selbiger merklich zu erhöhen. Steigt die Komplexität, so ist zunehmend mit einer Unlösbarkeit des Modells zu rechnen.

Kapitel 6 wird mit einer kurzen Vorstellung der verschiedenen Wartungsarbeiten und einer vereinfachten Einteilung dieser eingeleitet. Anschließend werden zwei verschiedene Ansätze der Berücksichtigung von Wartungsarbeiten in dem in Kapitel 3 vorgestellten Modell behandelt.

Der erste Ansatz basiert auf der Annahme, dass Wartungsarbeiten lediglich während der Nacht durchgeführt werden. Die dahinter stehende Idee umfasst die Bereitsstellung der zu wartenden Zügtypen an den entsprechenden Wartungsbahnhöfen.

Der zweite Ansatz vertieft die Thematik und bindet Wartungskanten in das Modell mit ein. Auf diese Weise können Wartungen auch während des Tages modelliert werden. Zudem erfolgt eine Differenzierung zwischen zwei verschiedenen Wartungstypen.

6.1 Wartungsarbeiten der Deutschen Bahn AG an den ICE Baureihen

Neben Reinigungsarbeiten und kleineren Reperaturen sind in regelmäßigen Abständen größere Wartungen für ICEs vorgeschrieben, die in den verschiedenen ICE Werken in Deutschland durchgeführt werden. Man unterscheidet zwischen 4 größeren Wartungen. Die erste erfolgt nach spätestens 3600 km, was etwa 2-3 Tagen bei normalem Einsatz entspricht. Bei dieser Wartung wird eine Laufwerkskontrolle inklusive einer Mängelbeseitigung sofern nötig durchgeführt. Die benötigte Zeit beträgt 1-2 Stunden. Wir werden diese Wartungsarbeiten im folgenden als Typ A1 bezeichnen.

Bei einer gründlicheren Wartung, die alle 20 000 km durchgeführt wird, werden zusätzlich noch die Bremsen, die Leit- und Sicherungstechnik und die Dachaufbauten inspiziert. Diesen Wartungstyp benennen wir mit A2.

Die nächst größere Wartung erfolgt ca. alle 6 Wochen. Die Durchführung der sogenannten *Frist 1* (Typ B) dauert bereits 8 Stunden. Es werden Küchen, Klimaanlage, WC und Türen überprüft und gegebenenfalls repariert.

In einem 6 monatigen Rythmus werden die Radsätze mittels Ultraschall untersucht (Typ C1). Die Reinigung elektronischer Bauteile erfolgt jährlich (Typ C2).

Nach ca. 2 Jahren (1,2 Millionen km) wird jeder ICE in seine einzelnen Bestandteile zerlegt. Diese aufwändige Inspektion dauert bis zu 13 Tagen (Typ D).

Die Typbezeichnungen sind lediglich aus Gründen der Übersichtlichkeit eingeführt worden und entsprechen keiner realen abkürzenden Bezeichnung.

6.2 Aufnahme der Wartungsarbeiten in das entwickelte Modell

Da sich unser Modell in einem Zeitrahmen von 24 Stunden bewegt, berücksichtigen wir direkt nur die Wartungsarbeiten, deren Durchführung weniger als einen Tag dauert. Zeitlich aufwendigere Arbeiten können mittels einer Reduzierung der verfügbaren Fahrzeuge eingebunden werden. Von den vorgestellten Wartungen werden also Wartungstyp A1, A2 und Typ B als Nebenbedingungen im Modell berücksichtigt.

Das Einbinden der Typen C1, C2 und D erfolgt dann über die Restriktionen der zur Verfügung stehenden Fahrzeuge. Analog zu [5] können wir unterscheiden zwischen langen und kurzen Wartungsarbeiten. A1 und A2 zählen wir zu den kurzen Arbeiten mit einer Dauer von ca. 1-2 Stunden und B ordnen wir den langen Wartungen mit einer Dauer von ca. 8 Stunden zu.

Im Folgenden wird sich diese Unterscheidung als nützlich erweisen, da wir

auf diese Weise die von der Dauer unterschiedlichen Wartungstypen getrennt in unser Modell einbeziehen können. Der erste Ansatz wird sich dennoch zunächst an alle Wartungstypen in einer allgemeineren Form richten. Es handelt sich um eine einfache Erweiterung bestehender Modelle, die lediglich die Möglichkeit zur Wartung bereitstellt, diese aber nicht explizit durchführt.

6.3 Erste Ansätze zur Berücksichtigung von Wartungen in unseren Modellen

Da die Wartungsarbeiten nicht an beliebigen Bahnhöfen durchgeführt werden können, müssen die Umläufe der einzelnen Fahrzeuge in regelmäßigen Abständen die besagten Stationen passieren. Hierauf aufbauend richtet sich der vorliegende Ansatz nach der Gewährleistung eben dieser regelmäßigen Visiten einer angemessenen Anzahl von Fahrzeugen je Fahrzeugkombination. Der Ansatz kann direkt aus dem Fleet Assignment Ansatz aus [5] übernommen werden. Lediglich kleine Modifikationen sind notwendig.

Um eine angemessene Übersichtlichkeit gewährleisten zu können, werden die Überlegungen bzgl. der Einbindung von Wartungsnebenbedingungen auf dem Grundmodell des *Time-Space Network* (**MIP 1**) aufgesetzt. Ein analoges Einbinden der Bedingungen in die Modelle **MIP 2, MIP 3** und **MIP 4** ist möglich.

Eine dem Modell zugefügte Nebenbedingung bewirkt, dass eine gewisse Anzahl von Zügen jeden Fahrzeugtyps gezwungen ist, an den jeweiligen Wartungsstationen ihre letzten Fahrten zu beenden. Die Anzahl von Fahrzeugen je Zugtyp wird anhand der durchschnittlichen Menge an zu wartenden Zügen je Tag des jeweiligen Zugtyps ermittelt.

An zusätzlichen Informationen benötigen wir daher den Prozentsatz der täglich zu wartenden Züge eines Types. Weiter muss die Anzahl und die Position der Stationen bekannt sein, die in der Lage sind die Wartungen durchzuführen. Wir definieren daher:

$\mathcal{ZW}_z$	durchschnittliche Anzahl der Fahrzeuge vom Typ z, die pro Tag gewartet werden sollten
$\mathcal{BW}_z$	Menge der zulässigen Bahnhöfe, an denen oder in deren unmittelbarer Nähe Wartungsarbeiten an Zugtyp z durchgeführt werden können

Es wird nicht zwischen verschiedenen Wartungen unterschieden. Lediglich die Möglichkeit ausreichend Fahrzeuge zu warten, wird offeriert. Dem Modell **MIP1** aus Kapitel 3 kann folgende Bedingung angefügt werden:

$$\sum_{b \in \mathcal{BW}_z} y_{b,z,v,\circ} \geq \mathcal{ZW}_z \ , \ \forall z \in \mathcal{Z}$$

Die Bezeichner seien analog zu Kapitel 3 zu verstehen. Diese zusätzliche Bedingung gibt eine untere Grenze von Zügen vor, die sich mindestens auf der jeweiligen „letzten“ Bahnhofskante ($y_{b,z,v,\circ}$) des Fahrzeugtypes befinden müssen. Diesen Zügen stünde eine Wartung über Nacht offen. Das modifizierte Modell **MIP1 b** erhält nachstehende Gestalt:

$$\textbf{Maximiere} \quad \sum_{f \in \mathcal{F}} \sum_{z \in \mathcal{Z}_f} p_{f,z} x_{f,z} \tag{6.1}$$

u.B.v. *(Zuordnungsbedingung)*

$$\sum_{z \in \mathcal{Z}_f} x_{f,z} = 1 \quad \forall f \in \mathcal{F} \tag{6.2}$$

(Flusserhaltungsbedingung)

$$\sum_{b \in \mathcal{B}} x_{b,c,t,z} + y_{c,z,v^-,v} - \sum_{d \in \mathcal{B}} x_{c,d,t,z} - y_{c,z,v,v^+} = 0 \quad \forall v \in \mathcal{V} \tag{6.3}$$

(Ressourcenbeschränkung)

(**MIP1 b**)

$$\sum_{c \in \mathcal{B}} \sum_{v \in \mathcal{V}_z^\circ} y_{c,z,\circ,v} \leq \mathcal{T}_z \quad \forall z \in \mathcal{Z} \tag{6.4}$$

(Wartungsbedingungen)

$$\sum_{b \in \mathcal{BW}_z} y_{b,z,v,\circ} \geq \mathcal{ZW}_z \quad \forall z \in \mathcal{Z} \tag{6.5}$$

(Variablendeklaration)

$$x_{f,z} \in \{0,1\} \quad \forall f \in \mathcal{F}, \ z \in \mathcal{Z}_f \tag{6.6}$$

$$y_{b,z,v,v^+} \geq 0 \quad \forall b \in \mathcal{B}, z \in \mathcal{Z}, \ \forall v \in \mathcal{V} \tag{6.7}$$

Wie bereits erwähnt, werden mit dieser zusätzlichen Bedingung lediglich Möglichkeiten bzw. angemessene Voraussetzungen für eine in Ansätzen sinnvolle Wartungseinbindung geschaffen.

Eines der Hauptprobleme bei der Berücksichtigung der Wartung von einzelnen Zügen ist die fehlende Information, zu *welchem* Zeitpunkt sich *welcher* Zug *wo* befindet. Der Weg, den ein bestimmter Zug zurücklegt, ist also nicht rekonstruierbar, so dass eine genaue Zuweisung von Wartungsaktionen zu einzelnen Zügen nicht möglich ist. Mittels der relativ einfachen Modellierung durch Bedingung (6.5) wird diese Schwierigkeit nicht behoben. Im Gegenzug hierzu wird die Komplexität des Modells auch nicht nennenswert erhöht.

Mit einem zweiten Ansatz wird der Versuch unternommen, die Wartungen stärker in das Modell einzubinden. Der dadurch steigende Grad an Komplexität wird mittels präventiver Maßnahmen möglichst klein gehalten.

6.4 Berücksichtigung der Wartungen mittels Wartungskanten

Bei Einführung neuer Kanten in das Modell erhöht sich schlagartig die Komplexität. Ein im Vorwege stattfindendes *Preprocessing* kann sich auf diese Entwicklung positiv auswirken. Unter *Preprocessing* verstehen Clarke et al. [5] das Eliminieren von unnötigen Knoten und Kanten mittels Zusammenfassen bzw. Konsolidieren selbiger.

6.4.1 Reduzierung der Kanten und Knoten mittels Preprocessing

Die Anzahl der Knoten lässt sich leicht dadurch reduzieren, dass man Ankunfts- und Abfahrtsknoten nicht mehr getrennt betrachtet. Ankunftsknoten können mit denen ihnen am nächsten gelegenen Abfahrtsknoten zusammengefasst werden. Die Ankunftszeit der ankommenden Kanten sind lediglich entsprechend zu verlängern, so dass die Zeit mit der nächst möglichen Abfahrt übereinstimmt.

Umgekehrt lassen sich Abfahrtsknoten auch vorverlegen. Es läuft darauf hinaus, dass Knoten Zeitintervalle abbilden, in denen mehrere Ankünfte von verschiedenen passenden Abfahrten gefolgt werden.

Weitere effektive *preprocessing* Möglichkeiten der Reduktion der Modellgröße können in C.A. Hanes Paper [4] nachgelesen werden. Nicht alle vorgestellten Techniken lassen sich ohne weiteres auf die Probleme der Deutschen Bahn übertragen. Dennoch ist es empfehlenswert ein *Preprocessing* durchzuführen, wenn die Einbindung von Wartungskanten beabsichtigt ist.

6.4.2 Einbindung der *langen* Wartung via Wartungskanten

Unsere anfangs getroffene Differenzierung zwischen langen und kurzen Wartungen erfährt hier nun seine Anwendung. In Abschnitt (6.4.2.1) wird nochmals genauer

auf den Vorteil der Differenzierung eingegangen.

Im ersten Durchgang betrachten wir die Wartungen vom Typ B. Für diese *langen* Wartungen werden wir im Folgenden Wartungskanten einführen, die sich dadurch auszeichnen, dass sie in dem Bahnhof enden, an dem auch ihr Ursprung liegt. Die Länge der Kanten repräsentiert die Dauer der Wartung. Für diese neuen Kanten werden auf der Zeitlinie eines Bahnhofs keine zusätzlichen Knoten generiert. Daher werden die Wartungen entsprechend verlängert, sollten Wartungsende und die Abfahrt der nächst möglichen Fahrt zeitlich nicht übereinstimmen.

Um diesen Ansatz weiter verfolgen zu können, müssen noch verschiedene Voraussetzungen geschaffen werden bzw. werden detaillierte Informationen bzgl. der Wartungen benötigt. Wir definieren:

$\mathcal{WL}$	Liste von Wartungsanforderungen p (lange Wartung), mit Informationen über Anzahl der zu wartenden Züge, deren Zugtyp, dem Bahnhof/ Station, der Dauer der Wartung und Größe des Wartungszeitfensters
p	$:= (\mathcal{ZW}_p,\ z,\ b,\ t_p^d,\ t_p^{wf})$; mit $z \in \mathcal{Z},\ b \in \mathcal{B},\ t_p^d$ der Dauer der Wartung und t_{wf}^p, dem für die Wartungsanforderung p bereitgestellten Zeitfenster; $t_p^{wf} > t_p^d$
t_p^{wf}	umfasst das Intervall (t_{begin}, t_{end}) des Wartungszeitfensters
t_p^d	Dauer der zu der Wartungsanforderung $p \in \mathcal{WL}$, gehörenden Wartung $t_p^d > t_{begin} + \frac{1}{2}(t_{end} - t_{begin})$
$\mathcal{ZW}_p$	Anzahl der Züge, die benötigt wird, um Wartungsanforderung p zu erfüllen
w_{p,v,v^*}	Wartungskante, die zwischen $(v,\ v^*)$ verläuft und Wartungsanforderung p erfüllen kann; wobei $w_{p,v,v^*} \geq 0\ \ \forall p \in \mathcal{WL},\ v \in \mathcal{V},\ \forall v^* \in \mathcal{V}_v^*$

Wartungskanten verlaufen zwischen verschiedenen Ereignisknoten. Da jedoch nicht jeder Ereignisknoten als zulässiger Nachfolger fungieren kann und auch nicht jeder Knoten ein geeigneter Vorgänger ist, auf Grund der durch die Wartungsdauer und dem Zeitfenster gegebenen Grenzen, müssen die gegebenen Informationen zunächst aufbereitet werden. Mit Hilfe des Wartungszeitfensters berechnen wir:

$\mathcal{V}^{wf}$	Menge der zulässigen Ereignisknoten, die sich innerhalb eines entsprechenden Wartungszeitfensters befinden; $\mathcal{V}^{wf} \subseteq \mathcal{V}$
$\mathcal{V}_v^*$	Menge der zulässigen Nachfolgerknoten für eine Wartungskante, die ihren Ursprung an Knoten $v \in \mathcal{V}$ hat
v^*	zulässiger Nachfolgeknoten des Ereignisknoten $v \in \mathcal{V}$ am selben Bahnhof mit dem selben Zugtypen
$\mathcal{V}_v^\bullet$	Menge der zulässigen Vorgängerknoten für eine Wartungskante, die ihren Ziel in Knoten $v \in \mathcal{V}$ hat; es gilt $\bigcup_{v \in \mathcal{V}} \mathcal{V}_v^\bullet = \mathcal{V}^{wf}$
$v^\bullet$	zulässiger Vorgängerknoten des Ereignisknoten $v \in \mathcal{V}$ am selben Bahnhof mit dem selben Zugtypen

Mit diesen Vereinbarungen definieren wir nun die jeweiligen Vorgänger- und Nachfolgermengen. Wir erhalten:

$$\mathcal{V}_v^* := \left\{ v^* \,\middle|\, v \in \mathcal{V}^{wf},\ b_f = b_l,\ t_{f,z}^{v^*} \geq t_{l,z}^{v} + t_p^d \right\}$$

$$\mathcal{V}_v^\bullet := \left\{ v^\bullet \,\middle|\, v \in \mathcal{V}^{wf},\ b_f = b_l,\ t_{f,z}^{v^\bullet} \leq t_{l,z}^{v} - t_p^d \right\}$$

Wir betrachten also Wartungen als Anforderungen der verschiedenen ICE-Werke an das Modell, die es zu erfüllen gilt. Die einzelnen Anforderungen p umfassen die benötigten Informationen über die Anzahl der zu wartenden Züge, deren Typ, dem Bahnhof/ der Station, an dem die Wartungsarbeit durchgeführt werden soll, und die Größe des Wartungszeitfensters. Das Wartungszeitfenster spielt in diesem Zusammenhang eine bedeutende Rolle, auf die an späterer Stelle genauer eingegangen wird. Wir nehmen an, dass die Dauer der langen Wartung für alle Anforderungen p gleich ist.

Analog zum ersten Ansatz wird hier von einer bestimmten Anzahl $\mathcal{ZW}_p$ von Zügen ausgegangen, die je Anforderung gewartet werden müssen. Die Variablen w_{p,v,v^+} sind nicht-negativ und ganzzahlig. Mit der Menge $\mathcal{M}$ der Wartungskanten können wir nun eine Bedingung formulieren, die dem Modell **MIP1** aus Kapitel 3 angefügt werden kann:

$$\sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{v^* \in \mathcal{V}_v^*} w_{p,v,v^*} = \mathcal{ZW}_p, \quad \forall p \in \mathcal{WL}$$

Neben dieser dem Modell angefügten Bedingung müssen die zusätzlichen Kanten in den Flusserhaltungsbedingungen der Ereignisknoten berücksichtigt werden. Unsere Formulierung des **MIP1 b** ändert sich wie folgt:

$$\textbf{Maximiere} \quad \sum_{f\in\mathcal{F}}\sum_{z\in\mathcal{Z}_f} p_{f,z}x_{f,z} \tag{6.8}$$

u.B.v. *(Zuordnungsbedingung)*

$$\sum_{z\in\mathcal{Z}_f} x_{f,z} = 1 \quad \forall f\in\mathcal{F} \tag{6.9}$$

(Flusserhaltungsbedingung)

$$\sum_{b\in\mathcal{B}} x_{b,c,t,z} + y_{c,z,v^-,v} + \sum_{p\in\mathcal{WL}}\sum_{v^\bullet\in\mathcal{V}_v^\bullet} w_{p,v^\bullet,v} - \sum_{d\in\mathcal{B}} x_{c,d,t,z} - y_{c,z,v,v^+} - \sum_{p\in\mathcal{WL}}\sum_{v^*\in\mathcal{V}_v^*} w_{p,v,v^*} = 0 \quad \forall v\in\mathcal{V} \tag{6.10}$$

(MIP1 c)

(Ressourcenbeschränkung)

$$\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}_z^\circ} y_{c,z,\circ,v} \leq \mathcal{T}_z \quad \forall z\in\mathcal{Z} \tag{6.11}$$

(Wartungsbedingungen)

$$\sum_{v\in\mathcal{V}^{wf}}\sum_{v^*\in\mathcal{V}_v^*} w_{p,v,v^*} = \mathcal{ZW}_p \quad \forall p\in\mathcal{WL} \tag{6.12}$$

(Variablendeklaration)

$$x_{f,z} \in \{0,1\} \quad \forall f\in\mathcal{F},\ z\in\mathcal{Z}_f \tag{6.13}$$

$$y_{b,z,v,v^+} \geq 0 \quad \forall b\in\mathcal{B}, z\in\mathcal{Z}, \forall v\in\mathcal{V} \tag{6.14}$$

$$w_{p,v,v^*} \geq 0 \quad \forall p\in\mathcal{WL},\ \forall v\in\mathcal{V}\ \forall v^*\in\mathcal{V}_v^* \tag{6.15}$$

Die Veränderungen betreffen lediglich die Bedingungen (6.10) und (6.12). Da neue Kanten dem Modell hinzugefügt wurden, müssen diese in der Flusserhaltung berücksichtigt werden. Bedingung (6.12) sichert die Wartung als solches ab. Das Modell wird gezwungen entsprechend der Planung eine bestimmte Anzahl von Zügen zur Wartung „zu schicken“.

Grundsätzlich sollte jedoch jedem bewusst sein, dass diese Form der Modellierung lediglich die Wartung als zeitlichen Aufwand berücksichtigt und sich nicht

eignet, um sinnvolle Wartungspläne zu erstellen. Letzteres ist Aufgabe einer geeigneten Umlaufplanung. Die Integration einer Umlaufplanung sprengt allerdings den Rahmen dieser Arbeit und würde die Handhabbarkeit des Modells in Frage stellen [5].

6.4.2.1 Das Problem der wiederholten Wartung eines Zuges

Eines der wesentlichen Probleme bei der Modellierung von Wartungsarbeiten ist die fehlende Information über den Verbleib der einzelnen Züge. Folge dieses Mangels ist, dass unter Umständen ein Zug wiederholt von dem Modell zur Wartung geschickt wird. Da die jeweilige Vorgeschichte der Züge auf den Bahnhofskanten verloren geht, kann nicht zwischen einem Zug, der von einer Wartungskante kommt, und einem Zug, der sich bereits auf der Bahnhofskante befindet, unterschieden werden.

Clarke et al. [5] begegnet dieser Schwierigkeit mit der Definition, der bislang mehrfach erwähnten *Wartungszeitfenster*. Diese Zeitfenster geben den Zeitraum vor, innerhalb dessen die Wartungen erfolgt sein müssen. Je Wartungsanforderung $p \in \mathcal{WL}$ wird ein Wartungszeitfenster generiert. Die Größe des Fensters übersteigt die Dauer der Wartung, jedoch muss die Wartung p mindestens mehr als die Hälfte des Zeitfensters in Anspruch nehmen. Auf diese Weise wird verhindert, dass eine anschließende Wartung noch innerhalb des zulässigen Zeitfensters beendet werden kann und somit unzulässig ist.

Die Unterscheidung zwischen *langen* und *kurzen* Wartungen spielt in diesem Punkt eine wichtige Rolle. Bildete man ebenfalls die kurzen Wartungen mittels der Wartungskanten ab, so würde das Problem der wiederholten Wartung erneut auftauchen. Wenn auch eine lange Wartung nicht wiederholt innerhalb des Zeitfensters durchgeführt werden kann, so doch eine kurze Wartung. Diese müssen daher auf eine andere Weise in das Modell seperat eingebunden werden.

Abbildung (6.1) verdeutlicht nochmals die Funktion des generierten Wartungszeitfensters und den Wartungskanten.

6.4.2.2 Die Durchführung eines *Postprocessing* im Bezug auf die neuen Wartungskanten

Durch die Erweiterung des Modells um die Wartungskanten steigt die Anzahl der Variablen. Das eingangs durchgeführte *Preprocessing* wirkt dieser Entwicklung entgegen im Bezug auf bereits vorhandene Variablen. Mit einem *Postprocessing* lässt sich nun noch zusätzlich die Anzahl der neuen Variablen reduzieren.

Idee ist, die Definition der Wartungskanten zu nutzen. Durch $w_{p,v,v^*} \geq 0$ ist es möglich, über diese Kante mehr als einen Zug zu schleusen. Es ist also ausreichend für jenes Knotenpaar eine Kante zu generieren, deren Abstand am geringsten ist

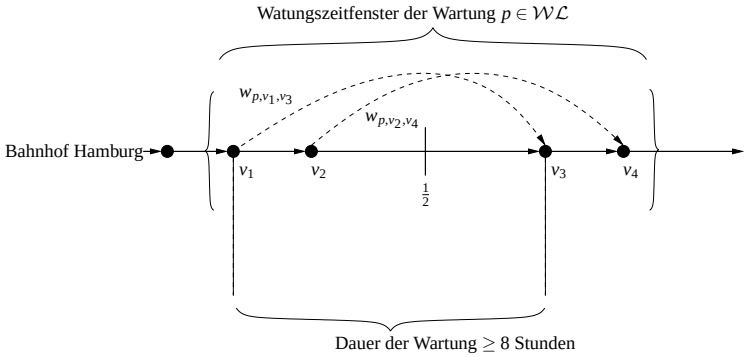


Abbildung 6.1: *Auf der Abbildung sind Wartungskanten w_{p,v,v^*} zu sehen. Offensichtlich überdeckt die Dauer einer Wartung mehr als die Hälfte des Zeitfensters. Weder von Ereignisknoten v_3 noch von Ereignisknoten v_4 aus lassen sich neue Wartungskanten innerhalb des Wartungszeitfensters generieren. Womit dem Problem der wiederholten Wartung aus dem Weg gegangen wird.*

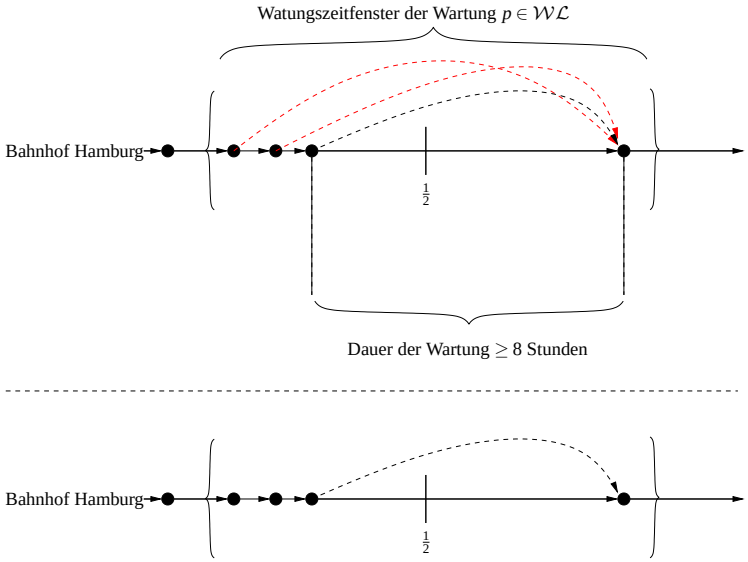


Abbildung 6.2: *Die obere Graphik zeigt den Ausgangszustand. Da $w_{p,v,v^*} \geq 0$ gilt, sind die rot markierten Kanten nicht zwingend notwendig. Im unteren Teil der Abbildung ist die reduzierte Form zu sehen.*

und dennoch für die Wartung ausreichend groß. In Abbildung (6.2) ist die Konsolidierung der Kanten zu beobachten.

Die auf diese Wiese reduzierte Variablenanzahl macht das Modell handhabbarer besonders im Hinblick auf die erweiterten Modelle **MIP 2, MIP 3** und **MIP 4**. Zudem müssen noch die kurzen Wartungen abgebildet werden, was aus Sicht der Variablen sehr teuer werden wird.

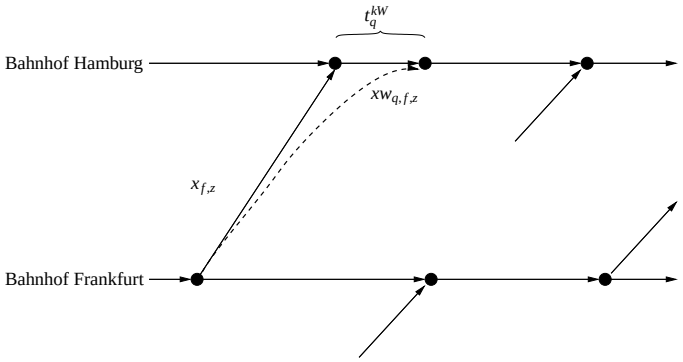


Abbildung 6.3: *Wie zu erkennen ist, haben sowohl $x_{f,z}$ als auch $xw_{q,f,z}$ den selben Ursprung und somit auch die selbe Abfahrtszeit $t^{ab}_{f,z}$. Aufgrund der eingeschobenen kurzen Wartung unterscheiden sich jedoch die Ankunftszeiten um die Dauer der Wartung zuzüglich einer Wartezeit bis zur nächst möglichen Abfahrt. Trivialer Weise ist nur einer der beiden Kanten der Zustand* 1 *gestattet.*

6.4.3 Einbindung der *kurzen* Wartung via Wartungskanten

Wie bereits erwähnt, können mit den Wartungskanten, wie sie bisher definiert wurden, keine kurzen Wartungen abgebildet werden. Das Problem der wiederholten Wartung des selben Zuges könnte auftreten. Um dennoch kurze Wartungen abbilden zu können, schlägt Clarke et al. [5] eine komplexere Wartungskantenstruktur vor.

Um auch hier wieder eine gewisse Übersichtlichkeit zu bewahren, werden die verlängernden Kanten nicht zusätzlich zu den langen Wartungskanten in das Modell **MIP 1c** integriert. Es wird erneut auf dem ursprünglichen Modell **MIP 1** aufgebaut. Ein umfassendes Modell, welches lange und kurze Wartungen beinhaltet, findet sich im Anhang. Die benötigte Notation sei wie folgt:

$\mathcal{WK}$	Liste von verschiedenen Wartungsanforderungen p (kurze Wartung), mit detaillierten Informationen über die Anzahl der zu wartenden Züge, deren Zugtyp, dem Bahnhof/ Station und der Dauer der Wartung
$t^{kW}_{f,z}$	Ankunftszeitpunkt einer verlängernden Wartungskante *xw* mit $f \in \mathcal{F}$ und $z \in \mathcal{Z}_f$ der Zeitpunkt beinhaltet die Wartungsdauer
t^{d}_{q}	Dauer der zu der Wartungsanforderung $q \in \mathcal{WK}$, gehörenden Wartung; unter Umständen um einen angemessenen Zeitraum verlängert bis zum nächst möglichen Ereignisknoten

Eingeführt werden also verlängernde Kanten $xw_{q,f,z} \in \{0,1\}$. Diese haben die

gleiche Abfahrtszeit wie ihr Pendant $x_{f,z} \in \{0,1\}$, jedoch eine um die Wartungsdauer verzögerte Ankunftszeit. In Abbildung (6.3) ist der Verlauf einer Wartungskante exemplarisch dargestellt.

Ebenso wie die eigentliche Bezeichnung der Entscheidungsvariablen $x_{b,c,t,z}$ mit $b,c \in \mathcal{B}$, einer Ankunfts- oder Abfahrtszeit t und $z \in \mathcal{Z}_f$ lautet (siehe Kapitel 3), verhält es sich auch bei den neu eingeführten verlängernden Kanten $xw_{q,b,c,t^{kW},z}$ mit $p \in \mathcal{WK}$, $b,c \in \mathcal{B}$, einer Ankunftszeit $t^{kW}_{f,z}$ und $z \in \mathcal{Z}_f$. Die Informationen des Abfahrts- und Ankunftsbahnhofs zuzüglich der entsprechenden Zeiten lassen sich auch hier in $f \in \mathcal{F}$ zusammenfassen, wobei t^{kW} wie folgt definiert ist:

$$t^{kW}_{f,z} := t^{an}_{f,z} + t^{d}_{q}$$

Beachtet werden muss zusätzlich, dass nicht sowohl verlängernde Kante als auch ihr Pendant den Wert 1 haben können. Dies muss im Folgenden durch eine Modifikation der Zuordnungsbedingung abgesichert werden. Zunächst aber seien:

$x_{f,z}$	Ist 1, wenn Fahrt $f \in \mathcal{F}$ von Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ nach $c \in \mathcal{B}$ zu einem bestimmten Zeitpunkt t von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ gefahren wird; sonst 0
$xw_{q,f,z}$	Ist 1, wenn an Fahrt $f \in \mathcal{F}$ von Bahnhof $b \in \mathcal{B}$ nach $c \in \mathcal{B}$ zu einem bestimmten Zeitpunkt t von Zugtyp $z \in \mathcal{Z}_f$ eine kurze Wartung $q \in \mathcal{WK}$ anschließt; sonst 0

Neben der Zuordnungsbedingung müssen die Variablen $xw_{q,f,z}$ auch in den Flusserhaltungsbedingungen und der Zielfunktion berücksichtigt werden. Wir erhalten folgendes MIP:

$$\textbf{Maximiere} \quad \sum_{f\in\mathcal{F}}\sum_{z\in\mathcal{Z}_f} p_{f,z}\left(x_{f,z}+\sum_{q\in\mathcal{WK}} xw_{q,f,z}\right) \tag{6.16}$$

u.B.v. *(Zuordnungsbedingung)*

$$\sum_{z\in\mathcal{Z}_f} x_{f,z}+\sum_{z\in\mathcal{Z}_f}\sum_{q\in\mathcal{WK}} xw_{q,f,z} = 1 \quad \forall f\in\mathcal{F} \tag{6.17}$$

(Flusserhaltungsbedingung)

$$\begin{aligned}&\sum_{b\in\mathcal{B}} x_{b,c,t,z}+\sum_{b\in\mathcal{B}}\sum_{q\in\mathcal{WK}} xw_{q,b,c,t^{kW},z}+y_{c,z,v^-,v}-\\ &\sum_{d\in\mathcal{B}} x_{c,d,t,z}-\sum_{d\in\mathcal{B}}\sum_{q\in\mathcal{WK}} xw_{q,c,d,t^{kW},z}-y_{c,z,v,v^+} = 0 \quad \forall v\in\mathcal{V}\end{aligned} \tag{6.18}$$

(Ressourcenbeschränkung)

(MIP1 c)

$$\sum_{c\in\mathcal{B}}\sum_{v\in\mathcal{V}_z^\circ} y_{c,z,\circ,v} \leq \mathcal{T}_z \quad \forall z\in\mathcal{Z} \tag{6.19}$$

(Variablendeklaration)

$$x_{f,z} \in \{0,1\} \quad \forall f\in\mathcal{F},\ z\in\mathcal{Z}_f \tag{6.20}$$

$$xw_{q,f,z} \in \{0,1\} \quad \forall f\in\mathcal{F},\ z\in\mathcal{Z}_f,\ q\in\mathcal{WK} \tag{6.21}$$

$$y_{b,z,v,v^+} \geq 0 \quad \forall b\in\mathcal{B}, z\in\mathcal{Z}, \forall v\in\mathcal{V} \tag{6.22}$$

Wie bereits erwähnt, wurden neben der Zielfunktion (6.16) auch die Bedingungen (6.17) und (6.18) entsprechend verändert. Das Modell berücksichtigt nun also kurze Wartungen. Dies wird mit einem sehr hohen Preis an zusätzlichen Variablen bezahlt. Ein weiterer, später auftauchender Nachteil dieser Form der Modellierung ist hier noch nicht offensichtlich zu erkennen. Erst bei der Kombination der beiden Modelliervarianten für kurze und lange Wartungen wird das Problem auftauchen, dass ein Zug nach einer kurzen Wartung direkt in eine lange Wartung übergehen kann. Im anschließenden Abschnitt wird dies genauer erläutert.

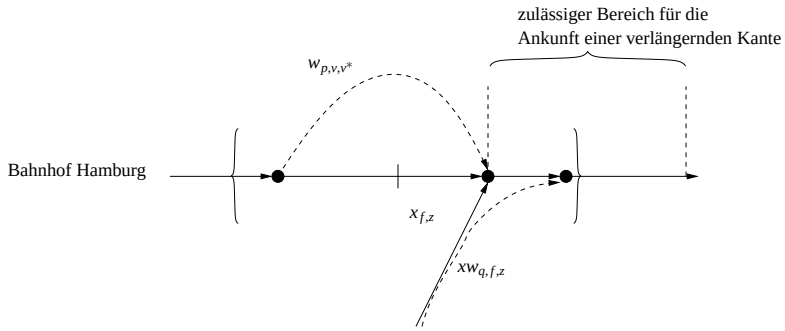


Abbildung 6.4: *Bei der Betrachtung der Abbildung ist schnell ersichtlich, dass nach dem Eintreffen der verlängernden Kante $xw_{q,f,z}$ keine weitere Wartungskante w_{p,v,v^*} mehr starten kann. Das gegebene Wartungszeitfenster für die langen Wartungen schließt diese Möglichkeit aus. Durch die Begrenzung des zulässigen „Ankunftszeitraums“ der $xw_{q,f,z}$ ist zeitgleich eine Reduzierung der Anzahl dieser Kanten gegeben.*

6.4.3.1 Reduktion der neuen verlängernden Kanten und Umgehung einer kurz-lang Wartung mittels zeitlicher Restiktionen

Bei der Kombinierung der vorgestellten Varianten zur Abbildung von Wartungen kommt es nicht nur zu einem enormen Anstieg der Entscheidungsvariablen, es taucht erneut das Problem der wiederholten Wartung auf, wenn auch in abgewandelter Form. Ein Modell, welches kurze und lange Wartungen abbildet, lässt unter Umständen zu, dass ein Zug direkt nach einer kurzen Wartung auf eine Wartungskante gerät und die lange Wartung durchläuft.

Um dies zu verhindern, müssen Einschränkungen getroffen werden, die nicht nur dies Problem lösen, sondern zudem auch noch die Anzahl der verlängernden Kanten reduzieren. Clarke et al. schlagen in [5] vor, lediglich die $xw_{q,f,z}$ zuzulassen, deren Ankunft zeitlich nach der Ankunft der ersten Wartungskante w_{p,v,v^*} liegen. Per Definition ist es dann nicht mehr möglich eine abgehende Wartungskante zu nutzen, da nach der Ankunft der ersten Kante keine weitere mehr generiert werden kann.

Aus Abbildung (6.4) geht die Reduktion der verlängernden Kanten klar hervor. Der für die Ankunft zulässige Bereich einer solchen Kante ist stark eingegrenzt worden. Die Möglichkeit einer anschließenden langen Wartung entfällt.

Dieses Vorgehen lässt sich ähnlich wie das in Abschnitt 6.4.2.2 als eine Art Postprocessing verstehen. Die Veringerung der Anzahl der Entscheidungsvariablen trägt erheblich zur besseren Handhabbarkeit und Lösbarkeit des Modells bei. Dennoch sei abschließend nochmals erwähnt, dass ein hoher Grand an Modellkomplexität bestehen bleibt. Zudem kann die Abbildung der Wartung auf diese Weise nach wie vor nicht als zuggenau verstanden werden. Die Wartung wird lediglich als

zeitlicher Aufwand berücksichtigt. Eine sinnvolle Einbindung bleibt einem Umlaufplaner überlassen.

Kapitel 7

Test des IP1 (*Connection-Network*) am Beispiel 4.6

Nachstehendes Kapitel beschäftigt sich mit der Anwendung des **IP1** (*Connection-Network*) aus Kapitel 3. Angewendet wird das Modell auf das Beispiel 4.6 aus Kapitel 4. Der eingesetzte Solver ist der *FortMP*, bereitgestellt durch den *Neos Server Version 4.0*. Die Eingangsdaten sowie das Modell werden im AMPL-Format vorgelegt [23].

Beginnend mit dem in AMPL verfassten Modell folgt eine knappe Auflistung der Eingangsdaten. Die detaillierten Daten und das Modell befinden sich im Anhang A.1 und A.2.

Im Anschluss daran erfolgt eine genauere Betrachtung der Zielfunktion und deren Bedeutung in Bezug auf die Vergleichbarkeit der Heuristik aus Kapitel 5 (*Umlauf-2-Opt-Verfahren*) und dem *Connection Network*.

Den Abschluss bildet das Ergebnis, d.h. die Zuordnung, und deren Analyse.

7.1 Das *Connection Network* formuliert in AMPL

Das *Connection Network* stellt das überschaubarste Modell der in Kapitel 3 entwickelten Modelle dar. Durch die sehr intuitive Syntaxder Sprache AMPL kann das Modell nahezu eins zu eins aus Kapitel 3 übernommen werden. Die enstandene Modelldatei kann im Anhang A.1 eingesehen werden.

Bezüglich der Mengendefinitionen mussten kleinere Modifikationen in der Formulierung der Vorgänger- bzw. Nachfolgermengen vorgenommen werden. Die Definition dieser Mengen in Abschnitt 3.1.1 mittels eines Elementes $\circ$, musste durch Einführung eines fiktiven Bahnhofes *„Nacht“* ersetzt werden. Daraus folgend sind

in der Modelldatei je zwei Vorgänger- (`VORGAENGER` und `VORGAENGER2`) und zwei Nachfolgermengen (`NACHFOLGER` und `NACHFOLGER2`) entstanden.

Grundsätzlich bleibt zu beachten, dass mithilfe des Modells das Zuordnungsproblem gelöst wird. Da es sich bei dem *Connection Network* um das erste Modell handelt, werden noch keine bahnspezifischen Besonderheiten berücksichtigt, wodurch die Modellstruktur sehr übersichtlich ist.

7.2 Eingangsdaten des Beispiels

Die benötigten Daten stimmen mit denen aus Beispiel 4.6 überein, so dass die sogenannte .dat Datei, die sich ebenfalls im Anhang befindet, lediglich eine Aufbereitung des Initialumlaufes (siehe Anhang A.3) darstellt.

Die Zugtypen wurden in diesem Fall fahrzeugunabhängig gewählt, da das Beispiel lediglich einen Fahrzeugtypen behandelt. Die Unterteilung der Zugtypen erfolgte daher in `Langzug` und `Kurzzug`. Des Weiteren wurden die 78 Fahrten des Beispiels nach den jeweiligen Endbahnhöfen benannt und nummeriert. Die notwendige Unterscheidung zwischen Hinfahrten und Rückfahrten wird durch die Parameter `BahnhofAb` und `BahnhofAn` ermöglicht.

Um eine gewisse Vergleichbarkeit zwischen *Umlauf-2Opt-Verfahren* und der Lösung mittels *Connection Network* gewährleisten zu können, wurden die Fahrzeuganzahlen je Typ gleich gewählt. Beiden Verfahren stehen jeweils 8 Langzüge und 20 Kurzzüge zur Verfügung.

Die Zielfunktionskoeffizienten sind die `Nutzen`-Parameter, welche im anschließenden Abschnitt erläutert werden.

7.3 Die Zielfunktion und die zugehörigen Zielfunktionskoeffizienten

Eine besondere Herausforderung ist die Wahl der Zielfunktion und der zugehörigen Koeffizienten. Die Wahl sollte den jeweiligen Anforderungen und Gegebenheiten angepaßt werden. Im Zusammenhang mit Transportunternehmen muss in diesem Kontext auf die konkurrierenden Ziele verwiesen werden aus Abschnitt 1.4. Inwieweit eines der Ziele bevorzugt bzw. vernachlässigt wird, schlägt sich in der Wahl der Koeffizienten und der Zielfunktion nieder.

In unserem Beispiel lautet die Zielfunktion des Modells:

```
maximize Nutzen:
sum{f in FAHRT, z in ZUGTYP} Nutzen[f,z]*
(sum{l in NACHFOLGER2[f,z]} x1[z,f,l]);
```

Hierbei ist mit `Nutzen` der Nutzen des Unternehmens gemeint. Aus Sicht des Unternehmens ist ein möglichst geringer Langzugeinsatz erstrebenswert. Denn wie bereits in Kapitel 4 erwähnt, ist der minimale Fahrzeugeinsatz je Fahrt ein Kurzzug, so dass dort kein Sparpotential verborgen liegt. Nichtsdestotrotz sollte für Fahrten mit entsprechender Besetzungsstärke ein Langzug als einzusetzendes Fahrzeug gewählt werden. Die Wahl der Koeffizienten `Nutzen[f,z]` erfolgt daher in Abhängigkeit von den Besetzungszahlen der Fahrten.

Wir definieren für das vorliegende Beispiel:

$$Nutzen_{f,Langzug} := 1 - \frac{Sitzplätze\ eines\ Langzuges * Länge\ Fahrt\ f - ÜberPkm}{Sitzplätze\ eines\ Langzuges * Länge\ Fahrt\ f + ÜberPkm} + x$$

$$Nutzen_{f,Kurzzug} := \frac{Sitzplätze\ eines\ Kurzzuges * Länge\ Fahrt\ f - ÜberPkm}{Sitzplätze\ eines\ Kurzzuges * Länge\ Fahrt\ f + ÜberPkm}$$

Der Wert x mit $0 \leq x \leq 0,5$ ist ein frei wählbarer Wert, der speziell für dieses Beispiel die Möglichkeit bieten soll, stark ausgelasteten Fahrten mehr Gewicht zu verleihen.

Die sich daraus ergebenden Werte können im Anhang A.2 nachgeschlagen werden.

7.4 Ergebnis des Zuordnungsproblems und Analyse

Die Tabelle (7.1) zeigt die durch den Solver ermittelte Zuordnung. Den markierten Feldern bzw. Fahrten wurden Langzüge zugeordnet. Alle übrigen Fahrten werden von Kurzzügen gefahren. Die abgebildete Zuordnung benötigt insgesamt 25 Fahrzeuge; 20 Kurzzüge und 5 Langzzüge. Damit werden drei der acht einsetzbaren Langzüge nicht verwendet.

Wie man der Tabelle entnehmen kann, sind nicht nur die stärksten Fahrten mit Langzügen versehen worden sondern auch schwächere Fahrten. Bereits die erste Zeile zeigt, dass statt der dritten Fahrt mit 26201 Über-Pkm auch die erste oder die zweite Fahrt hätte verstärkt werden können. Mit der Wahl der Zielfunktionskoeffizienten wurde der Schwerpunkt demnach nicht auf die Bereitstellung ausreichender Sitzplatzkapazitäten bzw. die Realisierung möglichst vieler Pkm gesetzt, wie bereits die Einsparung dreier Langzüge zeigt. Das Gewicht liegt eindeutig auf dem Einsatz der Kurzzüge und somit einer Kosteneinsparung.

Umlauf ID	Fahrt 1		Fahrt 2		Fahrt 3		Fahrt 4		Fahrt 5	
	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km	Besetz. Ü-Pkm	Strecke in km
1	40529 **L3**	645	34091 **L2**	758	26201 **L2**	758				
2	38297 **L2**	758	21996 **L2**	758						
3	119419 **L2**	758	56440 **L2**	758	0 **L2**	555				
4	45419 **L2**	758	22333 **L2**	758	0 **L2**	433				
5	7654 **L2**	433	31390 **L2**	758	7954 **L3**	645				
6	48000 **L3**	645	24144 **L2**	758	0 **L2**	433				
7	5317 **L2**	310	20675 **L2**	758	4773 **L2**	758				
8	100830 **L2**	758	32003 **L2**	758						
9	40529 **L3**	645	33711 **L3**	645						
10	44264 **L3**	645	25221 **L3**	645	1084 **L3**	645				
11	0 **L6**	411	35670 **L3**	645	32770 **L3**	645	0 **L6**	411		
12	17403 **L2**	525	32117 **L3**	645	17645 **L3**	645				
13	43485 **L2**	758	58155 **L5**	900						
14	70075 **L5**	900	22807 **L1**	830						
15	78541 **L1**	830	35656 **L2**	758						
16	613 **L3**	645	0 **L3**	645						
17	49686 **L2**	758	28411 **L2**	758	0 **L2**	639				
18	25096 **L2**	639	27705 **L2**	758	690 **L2**	758				
19	38235 **L2**	758	17268 **L2**	758						
20	36670 **L2**	758	35319 **L2**	758						
21	30438 **L2**	758	10391 **L2**	758						
22	39064 **L2**	758	31751 **L3**	645	12760 **L3**	645				
23	30898 **L2**	758	9470 **L2**	758						
24	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228
25	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228
26	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0 **L4**	228	0	228
27	1366 **L2**	433	36148 **L2**	758	21965 **L2**	758				
28	18987 **L2**	758	30008 **L2**	758						

Tabelle 7.1: *Der Initialumlauf des Beispiels 4.6. Farbig markiert sind die Fahrten, welchen durch die Zuordnung ein Langzug zugewiesen wurde.*

7.5 Fazit

Auf Grund der Tatsache, dass mit der Modellierung des Problems als ganzzahliges bzw. gemischt-ganzzahliges Programm nicht das Umlaufproblem sondern ledig-

lich das Zuordnungsproblem gelöst wurde, erschwert den Vergleich mit der ad-hoc Heuristik aus Kapitel 5. Die Heuristik geht sowohl das Zuordnungsproblem als auch das Umlaufproblem an, womit der erhöhte Fahrzeugbedarf erklärt werden kann.

Betrachtet man die Über-Pkm Zahlen, so ist die Lösung der Heuristik die bessere. Jedoch muß dies nicht für jede Lösung des ganzzahligen Programms gelten. Bei geeigneter Wahl der Zielfunktionskoeffizienten kann sich die Summe der realisierten Über-Pkm stark verändern.

In diesem Sinne weist das ganzzahlige Programm eine höhere Flexibilität auf und zudem die Gewissheit einer optimalen Lösung. Leicht können verschiedene Schwerpunkte gesetzt und verglichen werden. Ob die Lösbarkeit bestehen bleibt mit zunehmender Modellkomplexität, bleibt noch zu überprüfen. Ebenso ist die Integration eines Umlaufplaners noch zu bewerkstelligen, was in nachfolgenden Arbeiten geschehen kann.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Ziel der Diplomarbeit war es, eine Heuristik zu entwickeln und bereit zu stellen, die das Problem der Fahrzeugdimensionierung von Transportunternehmen zufriedenstellend löst. Am Beispiel der Deutschen Bahn AG angewendet, war mit dieser Fragestellung die Optimierung der bisher verwendeten ad-hoc Heuristiken bzw. Darlegung und Entwicklung neuer heuristischer Ansätze gemeint.

Parallel hierzu sollte eine Formulierung des komplexen Problems der Fahrzeugdimensionierung als gemischt-ganzzahliges Programm erfolgen. Das mathematische Modell sollte die eisenbahnspezifischen Besonderheiten beachten und zudem das Problem der *Wartung* angehen.

Beide Ansätze sowohl der heuristische Ansatz als auch der des mathematischen Modells, sollten anschließend an Beispielen getestet werden.

Aufbauend auf Ergebnissen und Modellen aus dem **Fleet Assignment** stellt die Arbeit erstmals ein Modell zur Verfügung, welches bis ins Detail eisenbahnspezifische Fragestellungen behandelt. Beginnend mit einem einfachen Modell basierend auf dem *Connection Network* steigt die Komplexität der nachfolgenden Modelle bis hin zum *Hybrid-Netzwerk*, welches einen Zusammenschluß aus *Connection Network* und *Time-Space Network* verkörpert.

Auf Grund der Komplexität dieser Modelle und der Annahme, dass praxisnahe Problemstellungen dieser Größe nicht exakt gelöst werden können, wird parallel eine effiziente ad-hoc Heuristik bereitgestellt, die den bisher verwendeten Heuristiken überlegen ist.

Hierbei ist der Ansatz der Betrachtung von Umläufen ein neuer Schritt, der bisher nicht in Erwägung gezogen worden war. Dieser Ansatz liefert bereits zufriedenstellende Ergebnisse, wobei diese noch in direkter Abhängigkeit von der Güte des jeweiligen Initialumlaufes stehen.

Durch das daraufhin entwickelte **Umlauf-2-Opt-Verfahren** wird diese

Abhängigkeit aufgelöst. Darüberhinaus zeigt dieses Verfahren im Vergleich zu den vorangegangenen Strategien eine klare Verbesserung in Bezug auf die zeitgleiche Beachtung von Zuordnungs- und Umlaufproblem. Dennoch können die starren vorgegebenen Grenzen eines Fahrplans nicht durchbrochen werden, so dass die Umläufe nicht beliebig nach Besetzungsstärken zusammengefasst werden können.

Ein Gedankenanstoß in Richtung einer Differenzierung zwischen Gesamtumlauf und Kernumlauf, soll hier in zukünftigen Bemühungen Abhilfe schaffen.

Darüberhinaus wurde angesichts der essentiellen Bedeutung der Fahrzeugwartung diese in Anlehnung an **FAP** Beispiele in das entwickelte gemischtganzzahlige Programm (**MIP1**) eingebunden. Die verschiedenen Ansätze erhöhen jedoch erneut die Komplexität der Modelle.

Abschließend kann festgehalten werden, dass das *Umlauf-2Opt-Verfahren* hinreichend gute Lösungen liefert, wie das Beispiel belegt. Dennoch sollte das Verfahren in zukünftigen Überlegungen noch deutlicher in Richtung der Fahrzeugminimierung weisen.

Bezüglich des Modelleinsatzes müssen noch weitere Beispiele angemessenerer Dimension berechnet werden. Besonders komplexere Modelle wie das *Hybrid-Netzwerk* sollten an verschiedenen Probleminstanzen getestet werden. Hier ist die Kenntnis um die Auswirkung der Koeffizientenwahl noch detaillierter zu untersuchen, bevor explizite Aussagen über die Qualität dieses Ansazes getroffen werden können. Dennoch, die Flexibilität im Bezug auf Zielwahl und Schwerpunktsetzung unterstützt eine weitere Verfolgung der Lösung von *RSR* Problemen mittels mathematischer Modelle.

Kapitel 9

Glossar

Auslastung Die Auslastung ist eine Kennziffer zur Bewertung der Inanspruchnahme von Transportkapazitäten.

Fahrplan Der Fahrplan eines Zuges enthält die für die sichere und zweckmäßige Zugförderung erforderlichen Angaben, wie Bezeichnung des Zuges, Laufwegangaben, zulässige Geschwindigkeit, erforderliche Bremshundertstel, Zahl und Art der Triebfahrzeuge, Last und Uhrzeit. Er stellt eine von DB Netz bestätigte Fahrlage dar.

Fahrzeug Fahrzeuge im Sinne dieser Arbeit sind Triebzüge (z.B. ICE 1, ICE 2, ICE 3).

Langfristprognose Kapazitive Nachfragebetrachtung, Ergebnis: grobes Linienkonzept, Prognosehorizont 10-15 Jahre.

Linien Eine Linie ist ein fahrtrichtungsunabhängiger und gleisbezogener Weg, den Züge befahren und der durch festgelegte Anfangs-, End- und Unterwegsbahnhöfe definiert wird. Eine Linie stellt eine Bündelung von Zügen mit gleichem oder ähnlichem Ziel bzw. Start dar.

Mindestwendezeiten Mindestzeit, die ein Zug an einem Zielbahnhof benötigt, bevor er eine neue Fahrt antreten kann.

MPSX Mathematical Programming System eXtended ist eine Lösungsstrategie für mathematische Programme.

Personenkilometer Beförderte Personen multipliziert mit der Reiseweite in Kilometern.

Trasse Eine Trasse ist eine zeitlich definierte Belegung des Schienenfahrweges für eine Zugfahrt, durchgehend auf der freien Strecke und/ oder in den Bahnhöfen.

Umlauf Der Umlauf ist eine Leistung, die nacheinander von einem Fahrzeug oder einer Gruppe von Fahrzeugen gefahren werden soll.

Zugtyp Zugtypen werden aus mindestens einem oder mehreren Zügen zusammengeschlossen und bilden eine logische Einheit für die Planung (ICE 2 Langzug besteht aus zwei ICE 2 Kurzzügen).

Literaturverzeichnis

[1] JEAN- FRANÇOIS CORDEAU, PAOLO TOTH, DANIELE VIGO, *A Survey of Optimization Models for Train Routing and Scheduling*, Transportation Science **32** (4), 380–404, 1998.

[2] JEPH ABARA, *Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem*, Interfaces **19** (4), 20–28, 1989.

[3] MARK DASKIN, NICHOLAOS PANAYOTOPOULOS, *A Lagrangian Relaxation Approach to Assigning Aircraft to Routes in Hub and Spoke Networks*, Transportation Science **23** (2), 91–99, 1989.

[4] CHRISTOPHER A. HANE, CYNTHIA BARNHART, ELLIS L. JOHNSON, ROY E. MARSTEN, GEORGE L. NEMHAUSER, GABRIELE SIGISMONDI, *The fleet assigment problem: solving a large-scale integer program*, Mathematical Programming **70** , 211–232, 1995.

[5] L.W. CLARKE, C.A. HANE, E.L. JOHNSON, G.L. NEMHAUSER, *Maintenance and Crew Considerations in Fleet Assignment*, Transportation Science **30** (3), 249–260, 1996.

[6] RUSSELL A. RUSHMEIER, SPYRIDON A. KONTOGIORGIS, *Advances in the Optimization of Airline Fleet Assignment*, Transportation Science **31** (2), 159–169, 1997.

[7] M. FLORIAN, G. BUSHELL, J. FERLAND, G. GUÉRIN, L. NASTANSKY, *The Engine Scheduling Problem In A Railway Network*, INFOR **14** (2), 121–138, 1976.

[8] JOHN G. KLINCEWICZ, MOSHE B. ROSENWEIN, *The Airline Exception Scheduling Problem*, Transportation Science **29** (1), 4–16, 1995.

[9] K.V. RAMANI, B.K. MANDAL, *Operational Planning of Passenger Trains in Indian Railways* Interfaces **22** (5), 39–51, 1992.

[10] K.V. RAMANI, *An Information System For Allocating Coach Stock On Indian Railways* Interfaces **11** (3), 44–51, 1981.

[11] ERWIN ABBINK, BIANCA VAN DEN BERG, LEO KROON, MARC SALOMON, *Allocation of Railway Rolling Stock for Passenger Trains* Transportation Science **38** (1), 33–41, 2004.

[12] A. CHARNES, M.H. MILLER, *A Model For The Optimal Programming Of Railway Freight Train Movements,* Management Science **3** , 74–92, 1957.

[13] JEAN- FRANÇOIS CORDEAU, FRANÇOIS SOUMIS, JACQUES DESROSIERS, *A Benders Decomposition Approach for the Locomotive and Car Assignment Problem,* Transportation Science **34** (2) , 133–149, 2000.

[14] KALYAN T. TALLURI, *Swapping Applications in a Daily Airline Fleet Assignment,* Transportation Science **30** (3) , 237–248, 1996.

[15] MITSUSHI TAMAKI, *The Secretary Problem with Optimal Assignment,* Operation Research **32** (4) , 847–857, 1984.

[16] WILLIAM J. COOK, WILLIAM H. CUNNINGHAM, WILLIAM R. PULLEYBLANK, ALEXANDER SCHRIJVER, *Combinatorial Optimization,* Wiley-Interscience Series in Discrete Mathematics and Optimization, USA, 1998

[17] JÜRGEN EULER, *Planungshandbuch für das Angebotsmanagement,* DB AG, P.TVA1, Stand 31.08.2004

[18] SVEN GROTHKLAGS, *Fleet Assignment with Connection Dependent Ground Times,* Alcom- FT Technical Report Series ALCOMFT-TR-03-173, University of Paderborn Germany

[19] LUZI ANDEREGG, STEPHAN EIDENBENZ, MARTIN GANTENBEIN, CHRISTOPH STAMM, DAVID SCOT TAYLOR, BIRGITTA WEBER, PETER WIDMAYER, *Train Routing Algorithm: Concepts, Design Choices, and Practical Considerations,* Proceedings 5th Workshop on Algorithm Engineering and Experiments, ALENEX03, 2003

[20] DEUTSCHE BAHN INVESTOR RELATIONS, *Geschäftsbericht 2003,* Deutsche Bahn AG, DB Investor Relations, Mai 2004

[21] I.N. BRONSTEIN, K.A. SEMENDJAJEW, G. MUSIOL, H. MÜHLING, TASCHENBUCH DER MATHEMATIK, Verlag Harri Deutsch, 5., überarbeitete und erweiterte Auflage, 2001

[22] BAHN-NET,UNTERNEHMENSPRÄSENTATION, Deutsche Bahn AG, Stand 03, 2003

[23] ROBERT FOURER, DAVID M. GAY, BRIAN W. KERNIGHAN, AMPL: A MODELING LANGUAGE FOR MATHEMATICAL PROGRAMMING, Duxbury Press/Brooks, Cole Publishing Company, 2002

Anhang A

A.1 Modelldatei in AMPL

```
# .mod Datei

set ZUGTYP;     # Menge der verfügbaren Zugtypen
set FAHRT;      # Menge der Fahrten eines Fahrplans
set BAHNHOF;    # Menge der Start- und Endbahnhöfe
                # des Fahrplans

param Anzahlzuege{ZUGTYP} >=0   ;       # Anzahl Züge je Typ
param Nutzen{FAHRT,ZUGTYP} >= 0;        # Wert je Fahrt f,
                                        # wenn diese von
                                        # Zugtyp z gefahren wird.
param BahnhofAb {FAHRT} >= 0;           # Abfahrtsbahnhof
# der Fahrt f
param BahnhofAn {FAHRT} >= 0   ;        # Ankunftsbahnhof
                                        # der Fahrt f
param ZeitAb {FAHRT, ZUGTYP} >= 0;      # Abfahrtzeit Fahrt
                                        # f mit Zugtyp z
param ZeitAn {FAHRT, ZUGTYP} >= 0;      # Ankunftszeit Fahrt
                                        # f mit Zugtyp z

# Die Menge der gültigen Nachfolger einer Fahrt f
set NACHFOLGER {f in FAHRT, z in ZUGTYP } :=
 {l in FAHRT: z in ZUGTYP and
 BahnhofAn[f] = BahnhofAb[l] and
           ZeitAb [l,z] > ZeitAn [f,z]} ;

# Die Menge NACHFOLGER2 beinhaltet noch den
```

```
# Bahnhof "‘Nacht"’ sofern kein Nachfolger
# gefunden werden konnte.
set NACHFOLGER2{f in FAHRT, z in ZUGTYP } :=
         if card(NACHFOLGER[f,z])=0
       then {’Nacht’} else NACHFOLGER[f,z];

# Die Menge der gültigen Vorgänger einer Fahrt f
set VORGAENGER {f in FAHRT, z in ZUGTYP} :=
               {l in FAHRT: z in ZUGTYP and
               BahnhofAn[l] = BahnhofAb[f] and
             ZeitAb[f,z]> ZeitAn[l,z]};

# Sollte kein Vorgaenger existieren, so umfasst
# die Menge VORGAENGER nur den Bahnhof "‘Nacht"’
set VORGAENGER2{f in FAHRT, z in ZUGTYP } :=
               if card(VORGAENGER[f,z])=0
       then {’Nacht’} else VORGAENGER[f,z];


# Menge der ersten/letzten Fahrten. Das sind die Fahrten,
# die keinen Vorgaenger/ Nachfolger besitzen.
set ERSTER  { z in ZUGTYP} :=
            {l in FAHRT: card(VORGAENGER[l,z]) =0};

set LETZTER { z in ZUGTYP} :=
            {l in FAHRT: card(NACHFOLGER[l,z]) =0};

# Binäre Variablen x1, x2. Sie sind 1, wenn von
# Fahrt f auf Fahrt l mit Zugtyp z gewechselt wird,
# sonst 0
var x1 {z in ZUGTYP, f in FAHRT union LETZTER[z],
 l in NACHFOLGER2[f,z]} binary;
var x2 {z in ZUGTYP, l in FAHRT union ERSTER[z],
 f in VORGAENGER2[l,z]} binary;

# Zielfunktion Maximierung des Nutzens.
# Diese beinhaltet möglichst wenig Langzuege
# einzusetzen.
maximize Nutzen:
sum{f in FAHRT, z in ZUGTYP} Nutzen [f,z]*
```

```
(sum{l in NACHFOLGER2[f,z]} x1[z,f,l]);

# Nebenbedingung, die sicherstellt, dass jede Fahrt
# von nur genau einem Zug bedient wird.
subject to Zuordnungsbedingung { f in FAHRT }:
sum{z in ZUGTYP, l in NACHFOLGER2[f,z]} x1[z,f,l] = 1 ;

# Flusserhaltungsbedingungen sichern, dass aus jedem Bahnhof
# ebensoviele Züge wieder herausfahren, wie hineingefahren sind
subject to Flusserhaltung { l in FAHRT, z in ZUGTYP }:
sum{f in VORGAENGER2[l,z]} x2[z,l,f] -
sum{m in NACHFOLGER2[l,z]} x1[z,l,m] = 0;

# Ressourcenbeschränkung. Nicht mehr Züge einsetzen,
# als vorhanden sind
subject to Ressourcen2 { z in ZUGTYP}:
sum{l in LETZTER[z],f in NACHFOLGER2[l,z] }
x1[z,l,f] <= Anzahlzuege[z];
```

A.2 Eingangsdaten für den Solver *FortMP*

```
# .dat Datei

set ZUGTYP := Kurzzug Langzug;

set FAHRT := MunstMun1 MunstMun2
     DortMun1  DortMun2  DortMun3
     DortMun4  DortMun5  DortMun6
     DortMun7  DortMun8  DortMun9
     DortMun10 DortMun11 DortMun12
     DortMun13 DortMun14 DortMun15
     DortMun16 DortMun17 DortMun18
     DortMun19 DortMun20 DortMun21
     DortMun22 DortMun23 DortMun24
     DortMun25 DortMun26 DortMun27
     DortMun28 DortMun29 DortMun30
     DortMun31 DortMun32 DortMun33
```

```
     MunKoln1 MunKoln2
     DortNurn1
     FrankMun1 FrankMun2 FrankMun3
     FrankMun4
     DortFrank1
     DortStutt1
     DortBas1  DortBas2  DortBas3
     DortBas4  DortBas5  DortBas6
     DortBas7  DortBas8  DortBas9
     DortBas10 DortBas11 DortBas12
     DortBas13 DortBas14 DortBas15
     DortBas16
     DussMai1  DussMai2  DussMai3
     DussMai4  DussMai5  DussMai6
     DussMai7  DussMai8  DussMai9
     DussMai10 DussMai11 DussMai12
     DussMai13 DussMai14
     AmstMun1 AmstMun2
     WiesBas1 WiesBas2 ;

set BAHNHOF := Amsterdam100 Basel101 Dortmund102
    Dusseldorf103 Frankfurt104
Koln105 Mainz106 Munchen107 Munster108
Nurnberg109 Stuttgart110 Wiesbaden111;

param Anzahlzuege := Langzug  8 Kurzzug  20 ;

# Zur Vereinfachung wurden die in diesem Beispiel
# vertretenen Bahnhöfe nummeriert
param:      BahnhofAb  BahnhofAn :=
MunstMun1     107 108
MunstMun2     108 107
DortMun1      102 107
DortMun2     107 102
DortMun3      102 107
DortMun4      107 102
DortMun5      102 107
DortMun6      107 102
DortMun7      107 102
DortMun8      102 107
```

```
DortMun9      107 102
DortMun10    102 107
DortMun11     102 107
DortMun12     107 102
DortMun13     102 107
DortMun14     107 102
DortMun15     102 107
DortMun16     107 102
DortMun17     107 102
DortMun18     102 107
DortMun19     107 102
DortMun20     102 107
DortMun21     107 102
DortMun22     102 107
DortMun23     107 102
DortMun24     102 107
DortMun25     107 102
DortMun26     102 107
DortMun27     107 102
DortMun28     102 107
DortMun29     107 102
DortMun30     107 102
DortMun31     102 107
DortMun32     107 102
DortMun33     102 107
MunKoln1     107   105
MunKoln2     105 107
DortNurn1     102 109
FrankMun1     107 104
FrankMun2     104 107
FrankMun3     107 104
FrankMun4     104 107
DortFrank1   104 102
DortStutt1   110 102
DortBas1     101 102
DortBas2     102 101
DortBas3     101 102
DortBas4     102 101
DortBas5     101 102
DortBas6     102 101
```

```
DortBas7     101 102
DortBas8     102 101
DortBas9     101 102
DortBas10     102 101
DortBas11     102 101
DortBas12     101 102
DortBas13     102 101
DortBas14     101 102
DortBas15     102 101
DortBas16     101 102
DussMai1     103 106
DussMai2     106 103
DussMai3     103 106
DussMai4     106 103
DussMai5     103 106
DussMai6     106 103
DussMai7     103 106
DussMai8     106 103
DussMai9     103 106
DussMai10     106 103
DussMai11     103 106
DussMai12     106 103
DussMai13     103 106
DussMai14     106 103
AmstMun1      107 100
AmstMun2      100 107
WiesBas1      111 101
WiesBas2     101 111;

param ZeitAb:   Langzug  Kurzzug :=
MunstMun1     151600 151600
MunstMun2      60200  60200
DortMun1      113000 113000
DortMun2     184600 184600
DortMun3       83800  83800
DortMun4      154600 154600
DortMun5       53000  53000
DortMun6      124600 124600
DortMun7      51600  51600
DortMun8      123000 123000
```

```
DortMun9      104600 104600
DortMun10     133000 133000
DortMun11     103000 103000
DortMun12     174600 174600
DortMun13      93000  93000
DortMun14     164600 164600
DortMun15      63000  63000
DortMun16     131600 131600
DortMun17      54600  54600
DortMun18     123800 123800
DortMun19     114600 114600
DortMun20     183000 183000
DortMun21      71600  71600
DortMun22     153000 153000
DortMun23      74600   74600
DortMun24     143800 143800
DortMun25      91600  91600
DortMun26     163000 163000
DortMun27      64600  64600
DortMun28     103800 103800
DortMun29     171600 171600
DortMun30     111600 111600
DortMun31     183800 183800
DortMun32      94600  94600
DortMun33     163800 163800
MunKoln1     191600  191600
MunKoln2      55400  55400
DortNurn1     193000 193000
FrankMun1     194600 194600
FrankMun2      60000  60000
FrankMun3     204600 204600
FrankMun4      70000  70000
DortFrank1    70500  70500
DortStutt1    54500  54500
DortBas1      51300  51300
DortBas2     173700 173700
DortBas3      71300  71300
DortBas4      53700  53700
DortBas5     111300 111300
DortBas6      73700  73700
```

```
DortBas7     131300 131300
DortBas8     193700 193700
DortBas9      91300  91300
DortBas10     153700 153700
DortBas11     113700 113700
DortBas12     171300 171300
DortBas13      93700  93700
DortBas14     151300 151300
DortBas15     133700 133700
DortBas16     191300 191300
DussMai1      63700  63700
DussMai2      92500  92500
DussMai3     123700 123700
DussMai4     152500 152500
DussMai5     183700 183700
DussMai6      72500  72500
DussMai7     103700 103700
DussMai8     132500 132500
DussMai9     163700 163700
DussMai10     192500 192500
DussMai11      83700  83700
DussMai12     112500 112500
DussMai13     143700 143700
DussMai14     172500 172500
AmstMun1      134600 134600
AmstMun2       70000  70000
WiesBas1       52000  52000
WiesBas2     211300 211300 ;

param ZeitAn:  Langzug  Kurzzug :=
MunstMun1     220100 220100
MunstMun2     124100 124100
DortMun1      171400 171400
DortMun2     242900 242900
DortMun3      144100 144100
DortMun4      212900 212900
DortMun5      111400 111400
DortMun6      182900 182900
DortMun7     112300 112300
DortMun8      181400 181400
```

```
DortMun9      162900 162900
DortMun10    191400 191400
DortMun11     161400 161400
DortMun12     232900 232900
DortMun13     151400 151400
DortMun14     222900 222900
DortMun15     121400 121400
DortMun16     192300 192300
DortMun17     112900 112900
DortMun18     184100 184100
DortMun19     172900 172900
DortMun20     241400 241400
DortMun21     132300 132300
DortMun22     211400 211400
DortMun23     132900 132900
DortMun24     204100 204100
DortMun25     152300 152300
DortMun26     221400 221400
DortMun27     122900 122900
DortMun28     164100 164100
DortMun29     232300 232300
DortMun30     172300 172300
DortMun31     244100 244100
DortMun32     152900 152900
DortMun33     224100 224100
MunKoln1     240500 240500
MunKoln2     104100 104100
DortNurn1     240300 240300
FrankMun1     230000 230000
FrankMun2      91400  91400
FrankMun3     240000 240000
FrankMun4     101400 101400
DortFrank1     92900  92900
DortStutt1    92300  92300
DortBas1     102000 102000
DortBas2     224700 224700
DortBas3     122000 122000
DortBas4     104700 104700
DortBas5     162000 162000
DortBas6     124700 124700
```

```
DortBas7     182000 182000
DortBas8     244700 244700
DortBas9     142000 142000
DortBas10     204700 204700
DortBas11     164700 164700
DortBas12     222000 222000
DortBas13     144700 144700
DortBas14     202000 202000
DortBas15     184700 184700
DortBas16     242000 242000
DussMai1       83500  83500
DussMai2     112400 112400
DussMai3     143500 143500
DussMai4     172400 172400
DussMai5     203500 203500
DussMai6       92400  92400
DussMai7     123500 123500
DussMai8     152400 152400
DussMai9     183500 183500
DussMai10     212400 212400
DussMai11     103500 103500
DussMai12     132400 132400
DussMai13     163500 163500
DussMai14     192400 192400
AmstMun1      205600 205600
AmstMun2      141400 141400
WiesBas1       84700  84700
WiesBas2     244000   244000 ;

param Nutzen:  Langzug  Kurzzug :=

MunstMun1       0.09 0.91
MunstMun2       0.39 0.71
DortMun1        0.15 0.85
DortMun2       0.11 0.89
DortMun3        0.16 0.84
DortMun4        0.10 0.90
DortMun5        0.59 0.56
DortMun6        0.33 0.77
DortMun7       0.19 0.81
```

```
DortMun8        0.10 0.90
DortMun9        0.14 0.86
DortMun10      0.11 0.89
DortMun11       0.09 0.91
DortMun12       0.02 0.98
DortMun13       0.50 0.62
DortMun14       0.14 0.86
DortMun15       0.18 0.82
DortMun16       0.15 0.85
DortMun17       0.21 0.79
DortMun18       0.12 0.88
DortMun19       0.12 0.88
DortMun20       0.00 1.00
DortMun21       0.16 0.84
DortMun22       0.08 0.92
DortMun23       0.16 0.84
DortMun24       0.15 0.85
DortMun25       0.13 0.87
DortMun26       0.05 0.95
DortMun27       0.17 0.83
DortMun28       0.13 0.87
DortMun29       0.04 0.96
DortMun30       0.16 0.84
DortMun31       0.10 0.90
DortMun32       0.08 0.92
DortMun33       0.13 0.87
MunKoln1       0.00 1.00
MunKoln2       0.13 0.87
DortNurn1       0.00 1.00
FrankMun1       0.00 1.00
FrankMun2       0.06 0.94
FrankMun3       0.00 1.00
FrankMun4       0.01 0.99
DortFrank1     0.06 0.94
DortStutt1     0.11 0.89
DortBas1       0.25 0.80
DortBas2       0.04 0.96
DortBas3       0.33 0.77
DortBas4       0.20 0.80
DortBas5       0.17 0.83
```

```
DortBas6        0.32 0.78
DortBas7        0.13 0.87
DortBas8        0.01 0.99
DortBas9        0.18 0.82
DortBas10        0.16 0.84
DortBas11        0.16 0.84
DortBas12        0.09 0.91
DortBas13        0.00 1.00
DortBas14        0.00 1.00
DortBas15        0.16 0.84
DortBas16        0.07 0.93
DussMai1        0.00 1.00
DussMai2        0.00 1.00
DussMai3        0.00 1.00
DussMai4        0.00 1.00
DussMai5        0.00 1.00
DussMai6        0.00 1.00
DussMai7        0.00 1.00
DussMai8        0.00 1.00
DussMai9        0.00 1.00
DussMai10        0.00 1.00
DussMai11        0.00 1.00
DussMai12        0.00 1.00
DussMai13        0.00 1.00
DussMai14        0.00 1.00
AmstMun1         0.25 0.80
AmstMun2         0.34 0.76
WiesBas1         0.00 1.00
WiesBas2        0.00 1.00 ;
```

A.3 Initialumlauf

A.4 Der Algorithmus in Pseudocode

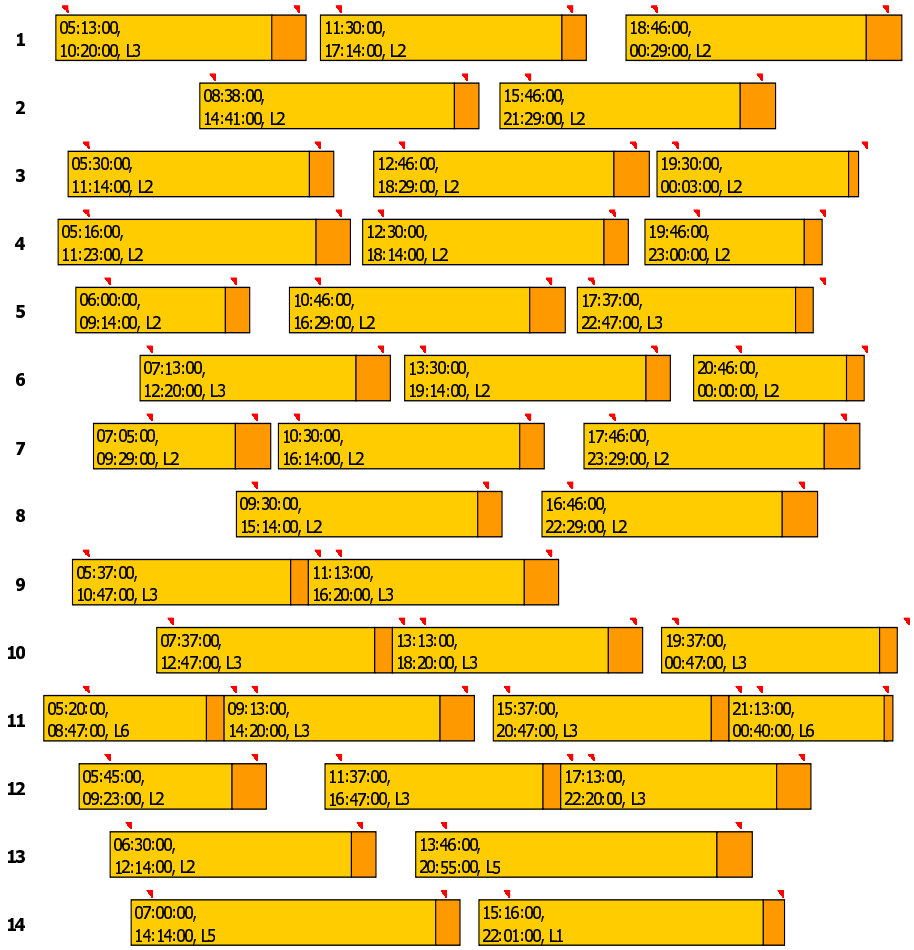


Abbildung A.1: *Erster Teil der visualisierten Darstellung des Initialumlaufes des Beispiels 4.6.*

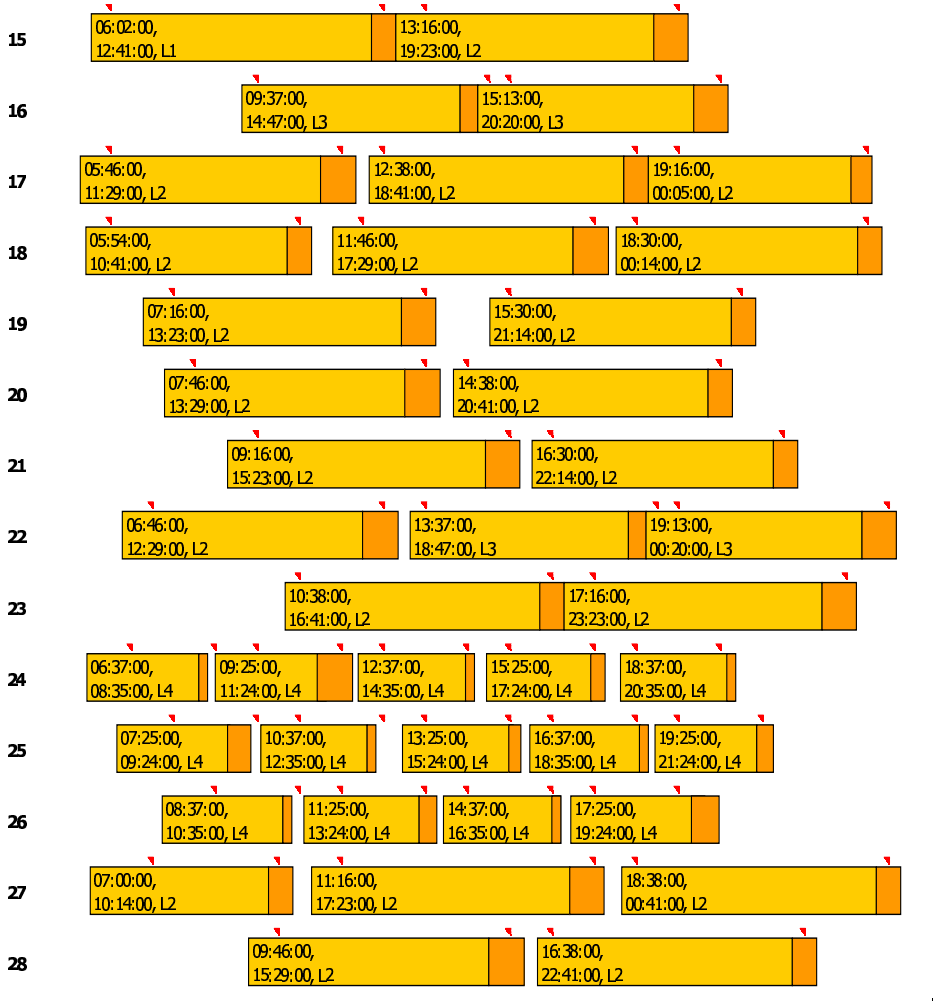


Abbildung A.2: *Zweiter Teil der visualisierten Darstellung des Initialumlaufes des Beispiels 4.6.*

Algorithmus : Umaluf-2-Opt Verfahren

Input : Ein von einem Umlaufplaner generierter Umlauf

Output : Verbesserter Umlauf im Hinblick auf die Trennung von schwachen und starken Umläufen

```
Initialisierung;
Sei n die Anzahl an Umläufen;
for k=1,...,n do
    Setze den aktuellen Umlauf := Umlauf_k;
    Setze m gleich der Anzahl der Fahrten des aktuellen Umlaufes;
    for i=1,...,m do
        Setze aktuelle Fahrt := Fahrt_i;
        Suche gültige Tauschpartner für aktuelle Fahrt ;
        Berechne die Tauschgüte;
        generiere Liste mit gültigen Tauschpartnern;
        Sortiere die Liste der Tauschpartner nach Güte;
        Speicher den besten Tauschpartner gemeinsam mit der aktuellen
        Fahrt in der Liste der gültigen Tauschpaare;
    end
end
if Tauschpaareliste ist nicht leer then
    Sortierung nach Güte;
    for i=1,...,end of list do
        Führe i-ten Tausch durch;
        Überprüfe, ob es Tauschauswirkungen auf die Liste gab;
        if Es gab Auswirkungen then
            Aktualisiere die Liste der gültigen Tauschpaare;
            Sortiere erneut nach Güte;
            Setze i := 0;
            Merken des durchgeführten Tausches, um Rücktausch zu
            verhindern;
        else
            Tausch aus der Liste der Tauschpaare löschen;
            Merken des durchgeführten Tausches, um Rücktausch zu
            verhindern;
        end
    end
end
```

Algorithmus 1 : Der Algorithmus beschreibt nochmal in Pseudocode das bereits als Flussdiagramm (5.6) dargestellte *Umlauf-2-Opt* Verfahren.

EIDESSTATTLICHE ERKLÄRUNG

Erklärung zur Diplomarbeit gemäß § 22 Abs. 6 DPO

Hiermit versichere ich, die vorliegende Diplomarbeit ohne Hilfe Dritter nur mit den im Literaturverzeichnis angegebenen Hilfmitteln und Quellen angefertigt zu haben.

Hamburg, 31.Mai 2005

Robindro Ullah