

Aufgabe 8.2

Werden in der Schaltung aus der Aufgabe 8.1 der Widerstand und die Kapazität vertauscht, dann ergibt sich ein Differentiationsverstärker.

Dieser soll ebenfalls für $t = 0$ bis 1ns mit dem Eingangssignal

$$U_e(t) = \cos(2\pi t)$$

erregt werden. Als Ausgangssignal am Knoten 3 ergibt sich in diesem Fall die skalierte Ableitung der Eingangsspannung

$$U_a(t) = -R_1 C_1 U'_e(t) = \sin(2\pi t).$$

Eine Netzwerkanalyse liefert hier das Algebra-Differentialgleichungssystem vom Index 2

$$\begin{pmatrix} C_1 & -C_1 & & & \\ -C_1 & C_1 & & & \\ & & 0 & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y'_1 \\ y'_2 \\ y'_3 \\ i'_1 \\ i'_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & G_1 & -G_1 & 0 & 0 \\ 0 & -G_1 & G_1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ U_e(t) \end{pmatrix}.$$

Ermitteln Sie die Ausgangsspannung y_3 für den Zeitraum $[0,1]$ mit dem impliziten Euler, der Trapezregel und dem BDF2-Verfahren und verschiedenen Schrittweiten.

Wählen Sie als Anfangsbedingung einmal die korrekte $(1,0,0,0,0)$ und noch andere. Was beobachten Sie?

Verringern Sie die Schrittweite!

Aufgabe 8.3

Verifizieren Sie, dass die obigen Algebra-Differentialgleichungen den angegebenen Index haben.