

Theorie und Numerik von Differentialgleichungen
mit
MATLAB und SIMULINK

K. Taubert
SS08

Abgabe: 25.4.2008

Aufgabe 3.1

Gesucht sind die Lösungen von $y'' + \pi^2 y = 0$ mit den Randbedingungen

$$y(0)=y(1)=0 \quad \text{bzw.} \quad y(0)=0, y(1)=1.$$

Welche Randwertvorgaben führen stets zu einer eindeutigen Lösung?

Aufgabe 3.2

Bestimmen Sie mit einem geeigneten Programm die Eigenwerte und die Kondition der Matrizen

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & & & \\ 1 & -2 & 1 & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot \\ & & & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

für unterschiedliche Dimensionen.

Aufgabe 3.3

Bestimmen Sie die Restglieder R_{ij} unter der Voraussetzung, dass u eine zweimal (viermal) stetig differenzierbare Lösung u von $-u_{xx} - u_{yy} = f(x,y)$, $0 < x,y < 1$, ist. Dabei sei f eine stetige Funktion.

Aufgabe 3.4

Lösen Sie mit den angegebenen Verfahren (klassisch) näherungsweise die Gleichung

$$-u_{xx} - u_{yy} = (x^2 + y^2) \sin(xy), \quad 0 < x,y < \pi,$$

$$\begin{aligned} u(x,y) &= 0 \quad \text{für } x = 0 \\ u(x,y) &= 0 \quad \text{für } y = 0 \\ u(x,y) &= \sin(\pi y) \quad \text{für } x = \pi \\ u(x,y) &= \sin(\pi x) \quad \text{für } y = \pi, \end{aligned}$$

und geben Sie den Fehler an!